保全頻度の数理的取扱いについて

Mathematical Approach to Rationalization of Maintenance Frequency

秋田県立大学　笠井　雅夫　Masao KASAI　Member
普遍学国際研究所　高瀬　健太郎　Kentaro TAKASE　Member

Abstract Optimization of the replacement and/or inspection period of plant equipment is one of the main items to rationalize the activities on plant maintenance. In this study, we summarized the formulations to optimize the relpacement periods of equipment and/or parts based on the replacement policies. We also formulated the mathematical models for optimizing the inspection period of equipment. Then we numerically calculated the optimum periods of the replacement and/or inspection for hypothetical equipment and parts and confirmed validity of these optimization formulations.

Keywords: maintenance, optimization of replacement period, preventive replacement, corrective replacement, Weibll distribution
E-mail: kasai@akita-pu.ac.jp

1．緒　言

設備／機器の寿命及び点検周期の根拠は、一般産業界や原子力産業界においても明確になっていないのが実情であろう。特に、原子力産業界における点検周期は、法規制(電気事業法あるいは、そこから導入されている JEAC/JEAG 等の規定)、BWR/PWR の当初の設計メーカである GE/WH における過去の提案やこれまでの運転経験から設定されていることが多い状況にある[1]。このため、機器の交換／点検周期の最適化あるいは合理化について、これまで、数多くの検討会あるいは委員会で議論されてきたが、なかなか明確な結論が得られていない。ここでは、保全方式決定手法を数理的に分析し、取替周期および点検周期の最適化を行う数理的評価手法について提言するものである[2][3]。

機器が故障した場合に、直ちにその故障が検知できるか、あるいは点検により確認しないと機器の故障が発見できないかにより、機器の取替周期の最適化手法は異なる。従って、以下、機器の取替周期の最適化と点検周期の最適化を分けて議論することとする。

2．プラント機器の取替政策

機器や機器の部品(以後機器等)を故障する前に予防的に交換することを予防取替(PR:Preventive Replacement)、機器が故障したときに行う交換を事後取替(CR:Corrective Replacement)と呼ぶこととする。一般に、事後取替の費用は、システム停止と絡み勝ちなため、予防取替の費用に比べて高くなると考えられる。このために予防保全のメリットが出てくるが、予防取替の間隔を短くすると、長期的な総取替費用は増大する。これに対し、予防取替の間隔を長くすると、故障の発生頻度が増加して事後取替の費用が増えることになる。従って、何処かに最適な予防取替の周期が存在する筈である(Fig.1 参照)。

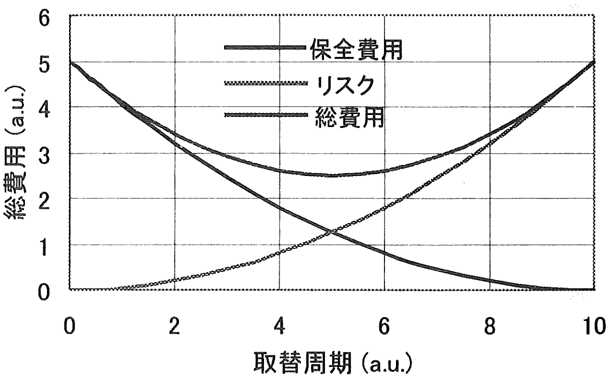


Fig.1 保全頻度最適化の概念

2.1 取替政策と取替周期最適化

予防取替をどのようなタイミングで行うか、また機器等が故障したときの処理をどうするかを

保全政策と呼ぶこととする。基本的な政策には、機器等の作動期間が所定の年齢に達したら取換える年齢取替政策、所定の時期が来たら取換える定期取替政策が考えられる。しかし、実際のプラントにおける保全では、定期取替政策のバリエーションとでも言える取替政策も見られる。このようなバリエーションには、機器等の故障時に行われる事後取替の替わりに、機器等の応急処理でしのぐ政策(以後応急処理政策)や取替時期前の所定の期間内(以後省略期間)に事後取替がを行なわれた場合には直後定期取替を省く政策(以後修正定期取替)等の取替政策が考えられる。Fig.2 にこれらの取替政策の概念を示す。

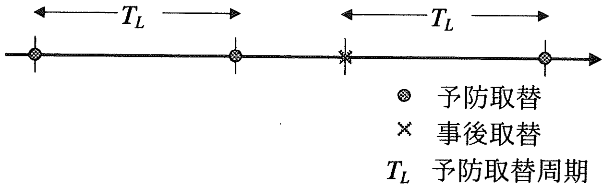


Fig.1(a) 年齢取替政策の概念

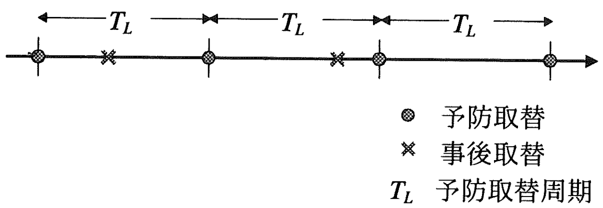


Fig.2(b) 定期取替政策の概念

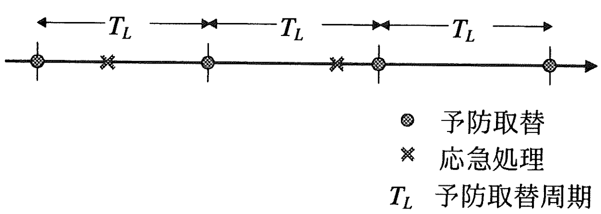
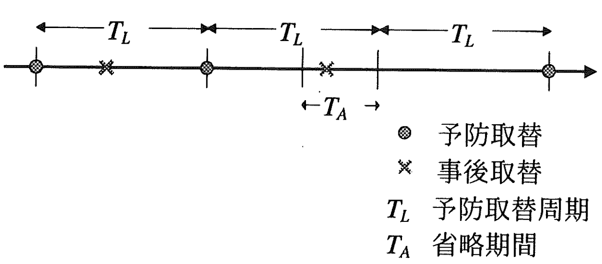


Fig.2(c) 応急処理政策の概念



Fig、2(d) 改良定期取替政策の概念

2.2 機器レベルでの取替周期最適化

取替周期が T の場合、年齢取替政策において単位時間当たりに要する期待費用 $C(T)$は次式で与えられる[2][3][4]。

$$C(T) = \{c_p R(T) + c_c F(T)\} \Big/ \int_0^T R(t)\,dt \qquad (1)$$

ここで、$R(T)$は信頼度関数、$F(T)$は不信頼度関数で $1-R(T)$と表される。また、c_p は予防保全費用、c_c は事後保全費用である。

期待費用 $C(T)$の最小値は、(1)式を T で微分して0とおくことにより、下式から求まる。

$$\phi(T) = \frac{\lambda(t)\int_0^T R(t)\,dt - F(T)}{\lambda(t)\int_0^T R(t)\,dt - F(T) + 1} = \frac{c_p}{c_c} \qquad (2)$$

ここで、$\lambda(t)$ は機器等の故障率であり、下式で与えられる。ただし、$f(t)$は $F(T)$の導関数で、故障密度関数である。

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \qquad (3)$$

これに対し、定期取替政策における単位時間当たりの期待費用 $C(T)$は次式で与えられる[2][3][4]。

$$C(T) = \frac{c_c M(T) + c_p}{T} \qquad (4)$$

ここで、$M(T)$は再生関数であり、期間 T における期待故障回数である。

これを前と同様、T で微分して0とおくことにより次式を得、本式より、最適な取替周期が求められる。

$$\phi(T) = T \cdot m(T) - M(T) = \frac{c_p}{c_c} \qquad (5)$$

但し、$m(t)$は再生密度関数で、再生関数 $M(t)$の導関数である。

また、応急処理政策における単位時間当たりの期待費用 $C(T)$は次式となる[2][3][4]。

$$C(T) = \frac{c_c N(T) + c_p}{T} \qquad (6)$$

前と同様にして、(6)式より最適な取替周期を決める(7)式を得る

$$\phi(T) = T \cdot \lambda(T) - N(T) = \frac{c_p}{c_c} \qquad (7)$$

ここで、$N(T)$は累積ハザード関数で、期間T内に行われる応急修理の期待回数で、次式で与えられる。

$$N(T)=\int_0^T \lambda(t)\,dt \tag{8}$$

以上の最適化モデルでは、機器等を取換えた場合には機器等は新品になるが、応急修理ではその劣化特性は変化しないと仮定している。

これら3種類の取替政策に対する取替周期の最適化サンプル計算の結果をFig.3に示す。

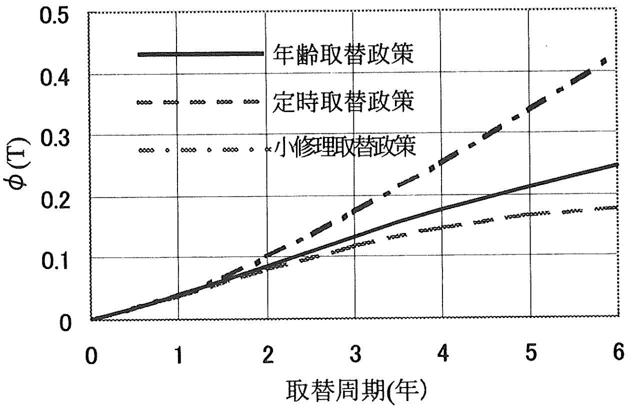


Fig.3 $\phi(T)$ vs. 取替周期

本図の縦軸は(2)、(5)、(7)式の左辺であり、この値が予防保全と事後保全の費用の比 c_p/c_c に等しくなる取替周期が最適な取替周期となる。

本サンプル計算結果は、故障特性が(9)式で表されるワイブル分布に従う仮想的な機器について行ったものである。

$$\begin{aligned} F(t) &= 1-\exp\{-(t/t_0)^m\} \\ f(t) &= (m/t_0)(t/t_0)^{m-1}\exp\{-(t/t_0)^m\} \end{aligned} \tag{9}$$

本計算に用いたワイブルパラメータは $m=2.5$ $t_0=75{,}000$ 時間である。

取替周期の短い領域では取替政策による差は小さく、また、応急処理政策に対する最適取替周期が最も短く算出され、安全側になることが確認される[1][2]。

Fig.3では、定期取替政策の場合、取替周期の長い領域で飽和する傾向が見られる。これは、本取替政策の場合、取替費用の比によっては、最適解が無限大になる場合(実質的事後保全)があり得ることを示している。

時間 t が十分大きい領域での再生関数 $M(t)$に関し、次式で表されるブラックウェルの定理[5]がある。

$$\lim_{t\to\infty}\{M(t+h)-M(t)\}=h\bar{\lambda} \tag{9}$$

ここで、$\bar{\lambda}$ は平均故障時間の逆数で下式で示される。

$$\frac{1}{\bar{\lambda}}=\int_0^\infty F(t)\,dt \tag{10}$$

(9)式より、t が十分大きな領域では、故障密度関数 $m(t)$は一定値(平均故障時間の逆数)に収束することが分かる。従って、再生関数は、t が十分大きな領域で(10)式のように表現されることとなる。

$$M(t)=\bar{\lambda}(t-\tau_0) \tag{11}$$

ここでτ_0は近似式（(11)式）における時間の起点である。これを考慮すると、(5)式より、最適取替周期が無限となる場合の取替費用比は下記のように求まる。

$$\frac{c_p}{c_c}\geq\bar{\lambda}\cdot\tau_0 \tag{12}$$

今回の試計算について$\bar{\lambda}$およびτ_0を求め、最適取替周期が無限となる条件を求めると、予防保全と事後保全の費用の比c_p/c_cがおよそ0.5を越える場合、この機器の最適取替周期は無限大、即ち事後保全の対象機器となる。

次に、改良定期取替の試計算について述べる。

まず、コスト算出の定式化について、その基本概念を述べる[1][3]。本政策では、次の定期取替の時期までの T_A 以内の期間における機器の故障については、その機器の次期定期取替はキャンセルされるが、これが連続して起こることによって定期取替のキャンセルが数回続けて起こる場合が考えられる。そこでまず連続してキャンセルされる定期取替の回数の期待値を算出する。キャンセルされずに定期取替が実施された場合にはその機器は取替られ新品となることから、実施された定期取替と次に実施される定期取替(その間には複数回の定期取替のキャンセルが存在し得る)を一つの区間とみて、その区間におけるコストの期待値を評価し、それに基づいて単位時間当たりの期待値を算出する。

例題としてコストに関するパラメータを次のように設定した。

予防取替費用　　　c_p：10 万円
事後取替費用　　　c_c：50 万円

ここでも機器の劣化はワイブル分布に従うとする。上のコストパラメータを用いて定期取替周期T_M、省略期間T_Aを変化させ、コストの時間平均の期待値を算出した。Fig.4 は$T_M=10$年とした場合のコストの T_A 依存性であり、$T_A\approx2$年のときにコストが最小になるのが分かる。

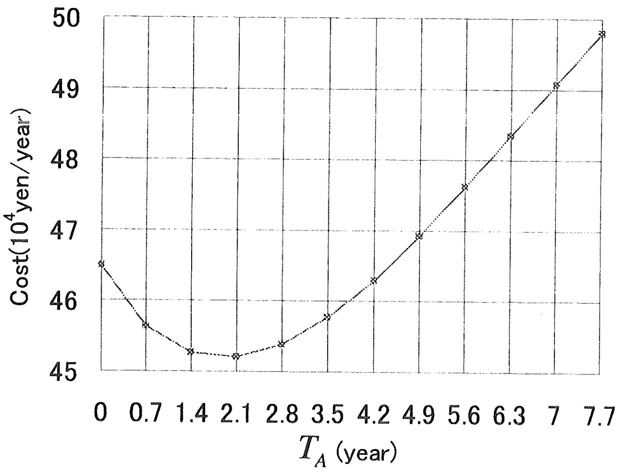


Fig. 4 省略期間に対する保全コストの期待値
(定期取替周期を 10 年と仮定)

Fig.5 は T_M 毎に T_A について最小化されたコストを示している。これらの結果からコストの時間平均の期待値は、$T_M\approx5$年、$T_A\approx2.5$年(即ち 5 年毎に定期取替を実施、ただしその半分の期間以降に機器が故障して、事後取替を行った場合には、次の定期取替はキャンセルする)ときに年間で平均約 38 万円に最小化されることが分かる。

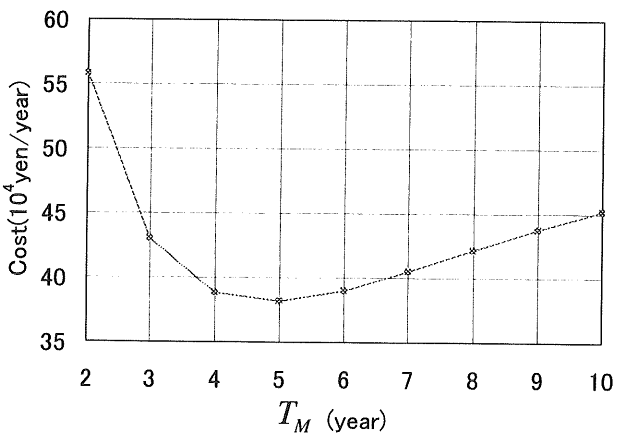


Fig.5 定期取替周期に対する保全コストの期待値
(省略期間 T_A については最適化されている)

2.3 部品レベルでの取替周期最適化

ここでは、複数の部品を持つ機器の取替周期最適化モデルについて検討する。ただし年齢取替については考えず、機器の部品の取替は、定期取替、小修理取替の組み合わせで行われるものとし、部品が故障した場合には、当該部品のみを取替えるか応急修理を行い、予め定められた取替時期が来た場合には、機器全体を取替える事とする。

ある部品が故障した時に、新品と交換するのが得策か応急修理で対応するのが得策かを含めて、取替周期を最適化したいという要望も考えられる。ここでは、取替周期の最適化と取替政策の最適化を同時に行うモデル化を検討する。

この場合、期待費用 $C(T)$として下式を考える事とする。

$$C(T)=\frac{\sum_{i=1}^{n}c_{cti}x_{im}M_i(T)+\sum_{i=1}^{n}c_{csi}x_{in}N_i(T)+c_p}{T} \tag{13}$$

ただし、x_{im}は部品 i が故障した場合に新品と交換するか否かを示す変数で、新品と交換する場合を 1 、しない場合を 0 とする。また、x_{in}は部品 i が故障した場合に応急処置をするか否かを示す変数で、応急処置をする場合を 1 、しない場合を 0 とする。また、c_{cti}は事後保全で部品 i を新品に交換する場合の費用で、c_{csi}は事後保全時に部品 i を応急処理する場合の費用である。

変数 x_{im}と変数 x_{in}の間には、変数 x_{im}が 1 ならば変数 x_{in}は 0 、変数 x_{im}が 0 ならば、変数 x_{in}は 1 となる関係がなければならないため、変数 x_{im}および x_{in}には、下記の制約条件が付加される。

$$x_{im}+x_{in}=1 \quad i=1,2,\cdots,n\ (\text{部品数}) \tag{14}$$

即ち、変数 x_{im}と x_{in}のどちらかが 1 、どちらかが 0 とならねばならない。

新たに定義された期待費用 $C(T)$((13)式)を評価関数、(14)式を制約条件と考えると、この問題は整数計画法の問題となる。

以下、部品 A と部品 B とからなる仮想的な機器について試計算を行う。両部品とも劣化特性はワイブル分布に従うとし、下記のようなワイブルパラメータを仮定した。

部品 A：t_0 = 40,000 時間、m = 1.3
部品 B：t_0 = 75,000 時間、m = 2.5

Table 1 に計算結果の 1 例を示す。本計算では、

両部品の事後取替費用を共に予防取替費用の 10 倍と仮定した。

Table 1 部品取替周期最適化の例

取替周期 years	部品1 x_{1m}	x_{1n}	部品2 x_{2m}	x_{2n}	平均費用 $c_s/c_t = 0.8$
1	0	1	0	1	2.148
2	0	1	0	1	1.973
3	0	1	0	1	2.072
4	0	1	0	1	2.232
5	0	1	0	1	2.417
6	0	1	0	1	2.616
7	0	1	1	0	2.823
8	0	1	1	0	2.976
9	1	0	1	0	2.999

ここで、パラメータ c_s/c_t は、定期取替政策による事後取替費用に対する応急修理政策による事後処理費用の比である。故障時の取替費用に対して応急修理の費用 c_s/c_t をパラメータ(Table 1 は c_s/c_t=0.8 の場合の結果)にして同様の計算を行うと、これが低くなるにつれ、応急修理の方が最適な政策になる傾向が増加する事が確認できる[1]。

3．プラント機器の点検政策

取替問題では、機器の故障はいつ発生しても常時発見可能である事が前提であった。機器の監視に要する費用が高く常時監視することが経済的でない場合や、待機系の機器等、点検により初めて故障が発見されるケースは少なくない。ここでは、このような場合の最適な点検間隔を決める問題を考える。

プラント機器の場合、往々にして点検時にプラントの運転を停止する必要がある。このような場合、機器の点検時に同時に機器を取替てしまう政策がとられることが多い。こうした状況を踏まえ、まず、機器の故障は点検されるまで発見できず、機器は一定周期 T で点検され、その時に同時に取替えられるものとする。

頂上事象が発生した場合の諸処の費用を C_T、点検費用を C_c、点検により発見された機器の故障を修復する費用を C_r、$I_B(i)$は機器 i の Birnbaum の重要度、$g(0_i,\mathbf{q}')$ を機器 I が正常な場合に頂上事象が発生する確率とすると、単位時間当たりの期待費用 $C(T)$は下式で表される[1]。

$$C(T)=\frac{C_T I_B(i)\int_0^T F(t)\,dt + C_c + C_r}{T} + C_T g(0_i,\mathbf{q}') \tag{15}$$

最適な点検周期は上式が最小となる T であるから、上式を T で微分して 0 と置くと下式を得る。

$$\begin{aligned} &C_T I_B(i) F(T) T + C_r T f(T) \\ &- C_T I_B(i)\int_0^T F(t)\,dt - C_c - C_r F(T) = 0 \end{aligned} \tag{16}$$

機器の不信頼度関数 $F(T)$にワイブル分布を適用した場合のサンプル計算結果を Fig.6 に示す。

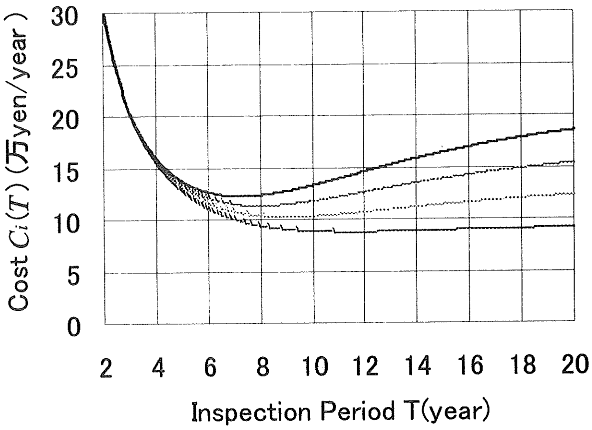


Fig.6 $C_i(T)$ vs. 点検・取替周期 T

各グラフの曲線は、下から順に $I_B(i)$が 2×10^{-5}、3×10^{-5}、4×10^{-5}、5×10^{-5} と仮定したケースのものである。例えば $I_B(i)=5\times10^{-5}$ の場合、最適な点検・取替周期は 7.2 年と算出される。また、$I_B(i)$が小さくなると、T の最適値が大きくなると共に、T がある程度大い領域では、期待費用 $C_i(T)$ の変化が小さくなる傾向が見られる。

機器の劣化が小さいと考えられる待機系等の場合、故障率は一定と考えられる。このような場合、機器を定期的に取替える意味はなく、点検により故障が発見された場合にのみ機器取替を行うこととなる。このことを踏まえ、次に故障率一定の場合の点検周期の最適化を考える。

故障率が一定の場合、機器を取替えても取替えなくても、その後の故障特性に違いはない。すなわち、点検周期毎に機器を取替える上のモデルで求めた機器故障に伴うリスクが、この場合にも用いることができる。ただし、機器の故障時間分布 $F(T)$を指数分布 $1-\exp(-\lambda T)$ とする必要がある。

また、機器の取替は機器が故障している場合のみであるから、この場合、(15)式は(17)式のように若干修正されなければならない。

$$C_i(T) = \frac{C_T I_B(i)\int_0^T F(t)\,dt + C_c + C_r F(T)}{T} \tag{17}$$

故障時間分布に指数分布を用いると、(17)式は次のようになる。

$$(C_T I_B(i) - \lambda C_r)(1+\lambda T)\exp(-\lambda T) = C_T I_B(i) - \lambda C_r - \lambda C_c \tag{18}$$

上式を変形すると次式を得る[4]。

$$(1+\lambda T)\exp(-\lambda T) = 1 - \frac{\lambda C_c}{C_T I_B(i) - \lambda C_r} \tag{19}$$

左辺は、$\lambda T > 0$の領域では、λTの増加とともに単調に減少する関数で、正の値を取り、その最大値は$\lambda T = 0$のときで1である。従って、機器の故障に伴うリスク$C_T I_B(i)$が無限の極限では、点検周期Tは0に近づくことが理解される。リスク$C_T I_B(i)$が小さくなるに連れ、右辺の第2項が大きくなって点検周期が長くなり、右辺の第2項が1に近づくにつれ、点検周期は無限大に近づく。右辺の第2項が1を越えると右辺は負となり、点検周期は無限大となる。この条件は(20)式で表され、この場合、機器は点検されない方が得策となる。言い換えると、機器の平均故障間隔期間におけるリスクが点検／取替の費用より小さければ、機器が壊れても修理せず放っておく方が良い、すなわち、無い方が良いということになろう。

$$\frac{C_T I_B(i)}{\lambda} \le (C_r + C_c) \tag{20}$$

仮に、機器の故障率等のパラメータが、ワイブル分布でのサンプル計算時のパラメータと同じとすると、Birnbaum $I_B(i)$が1.2×10^{-7}を下回る場合には、壊れても放置しておく方が良いという結論になる。勿論、この議論は、経済性の観点からのみの議論である。

4．結　言

本研究では、機器レベル、部品レベルでの取替周期および点検周期の最適化に関する定式化とその試計算を行った。

取替周期が短いと予想される重要な機器や部品については，取替政策による最適解の違いは大きなものではない為，当面は，安全側に計算される小修理取替政策を用いることが望ましいであろう。これに対し，重要度が低く，取替周期が長くなると予想される機器や部品については，定期取替政策では事後保全が最適となる条件が存在する。また，事後取替費用が安価だからといって小修理取替政策を採用することが必ずしも得策となるとは限らず，経済性の観点から，どちらの政策を取るかを詳細に検討することが必要となろう。ただ，こうした定量的な検討には，劣化特性も含めてデータベースが整備されている必要があり，この分野での今後の進展が望まれる。

謝　辞

本研究を進めるに当たり，有益なディスカッションとコメントを頂いた日本機械学会「軽水型原子力発電所保全研究分科会」のメンバーに深く感謝致します。

参考文献

[1] (社)日本機械学会 ，RC198 軽水型原子力発電所保全研究分科会フェーズ３　研究報告書，2004 年３月.

[2] 笠井　雅夫，浅野　廣海，”プラント機器の取替周期最適化”，フォーラム保全学誌、Vol.1, No.1(2002), pp29-36

[3] 高瀬健太郎、笠井雅夫、”プラント機器の取替・点検周期の最適化”、保全学誌、Vol.2, No.2(2003), pp33-39

[4] 三根　久，河合　一著，信頼性・保全性の基礎数理，日科技連，(1984)　pp.151-159.

[5] D. Blackwell、Discrete dynamic programming、Ann. Math. Statist.、Vol.4 (1962)、pp.719-726.