

# 二軸低サイクル疲労下のき裂発生に及ぼす介在物の影響に関する解析

## Analysis of Inclusion Effect on Crack Initiation in Biaxial Low Cycle Fatigue

京都大学エネルギー科学研究科 佐多 泰紀 Yasunori Sata  
京都大学エネルギー科学研究科 星出 敏彦 Toshihiko Hoshide Member

In multiaxial low cycle fatigue, the directional distribution of initiated cracks affects the subsequent growth of a dominant crack. So, it is important to clarify the characteristics of crack initiation to improve the life evaluation in multiaxial fatigue. In this work, a simulation procedure of fatigue crack initiation under multiaxial stresses was first established based on the modeling of crack initiation in slip-band systems assumed in polycrystalline metals. Especially, the directional distribution of initiated cracks was focused on in the analysis. By introducing a new parameter "intensity of slip-band crack", simulated directional distributions of initiated cracks were compared with experimental ones observed in biaxial fatigue tests using tubular specimens of pure copper. The qualitative tendency in the material with homogeneous microstructure is well simulated by using the proposed procedure. Finally, the procedure was modified by modeling inclusions, and simulations were carried out to estimate directional distribution of cracks in a material with inclusions. The applicability of the modified modeling was also discussed.

**Keywords:** Crack Initiation, Biaxial Low Cycle Fatigue, Simulation, Slip Band Crack Intensity, Inclusion

### 1. 緒言

多軸応力下の低サイクル疲労では、き裂発生の方  
位分布や形態がその後の主き裂の成長形態に影響を  
及ぼすことが知られている[1][2]。さらに、このよう  
なき裂発生形態は応力の多軸性のみならず、材料の  
微視組織[1][2]や負荷履歴[3][4]にも影響を受ける。し  
たがって、多軸応力下の低サイクル疲労の寿命評価  
にあたっては、寿命を支配する主き裂の成長に影響  
を及ぼすき裂発生特性について把握しておくことが  
重要な研究課題となる。

そこで、本研究では材料微視組織を構成する結晶  
群の個々の結晶におけるすべり系を考慮して、まず  
き裂発生モデル化を行い、そのモデルに基づいて  
多軸応力下の低サイクル疲労におけるき裂発生シ  
ミュレーション法を提案する。特に疲労破壊を支配  
する主き裂の成長形態に影響を及ぼすき裂発生の方  
位分布特性に着目し、そのシミュレーション結果の  
妥当性について考察した。さらに、上述のようなき  
裂方位分布は対象とする微視組織の影響を強く受け  
る。本研究では微視組織中の介在物がき裂発生に及  
ぼす影響を取り上げ、まずそのような介在物のモデ  
ル化を行い、それに基づいた解析および考察を行っ  
た。

### 2. き裂発生解析

#### 2.1 き裂発生解析モデル

低サイクル疲労では、特殊な事例を除くとき裂は  
試験片表面に発生するので、試験片表面に存在する  
結晶粒におけるき裂発生を解析対象とする。いま、  
試験片表面に  $x$ - $y$  平面を設定し、表面の法線方向を  
 $z$  軸とする直角座標系を考える。さらに、この結晶  
粒におけるすべり面の法線方向を  $\xi$  軸、そのすべり面  
上でのすべり方向を  $\eta$  軸とする  $\xi$ - $\eta$ - $\zeta$  直角座標系を  
導入する。この場合  $\eta$ - $\zeta$  平面はすべり面上にある。

両座標系の各軸間の方向余弦を以下のように定  
義する。

$$[l] = \begin{bmatrix} l_{x\xi} & l_{x\eta} & l_{x\zeta} \\ l_{y\xi} & l_{y\eta} & l_{y\zeta} \\ l_{z\xi} & l_{z\eta} & l_{z\zeta} \end{bmatrix}$$

また、 $x$ - $y$ - $z$  座標系で規定される試験片に負荷される  
応力成分として、垂直応力を  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\sigma_z$ 、およびせん  
断応力を  $\tau_{xy}$ 、 $\tau_{yz}$ 、 $\tau_{zx}$  のように表す。このとき、こ  
れらの応力成分と、 $\xi$ - $\eta$ - $\zeta$  座標系において対応する  
垂直応力  $\sigma_\xi$ 、 $\sigma_\eta$ 、 $\sigma_\zeta$  およびせん断応力  $\tau_{\xi\eta}$ 、 $\tau_{\eta\zeta}$ 、 $\tau_{\zeta\xi}$   
との間には次の関係

$$[\sigma_{\xi\eta\zeta}] = [l][\sigma_{xyz}][l]^T \quad (2.1)$$

連絡先: 佐多泰紀、〒606-8501 京都市左京区吉田本町、  
京都大学エネルギー変換科学専攻、電話: 075-753-  
3304、e-mail: sata@force.energy.kyoto-u.ac.jp

が成立する。ただし、Tは転置を表し、また

$$[\sigma_{xyz}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}, \quad [\sigma_{\xi\eta\zeta}] = \begin{bmatrix} \sigma_\xi & \tau_{\xi\eta} & \tau_{\xi\zeta} \\ \tau_{\xi\eta} & \sigma_\eta & \tau_{\eta\zeta} \\ \tau_{\xi\zeta} & \tau_{\eta\zeta} & \sigma_\zeta \end{bmatrix}$$

である。

なお、本論文では前述のように試験片表面の結晶粒を対象としているため、近似的に平面応力状態、すなわち次式を仮定し、解析する。

$$\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \quad (2.2)$$

このとき、すべり面上のすべり方向の分解せん断応力 $\tau_{\xi\eta}$ は次式のように表せる。

$$\tau_{\xi\eta} = \sigma_x l_{x\xi} l_{y\xi} + \sigma_y l_{x\eta} l_{y\eta} + \tau_{xy} (l_{x\xi} l_{y\eta} + l_{x\eta} l_{y\xi}) \quad (2.3)$$

一方、すべり面法線方向のすべり面上の垂直応力は

$$\sigma_\xi = \sigma_x l_{x\xi}^2 + \sigma_y l_{x\eta}^2 + 2\tau_{xy} l_{x\xi} l_{x\eta} \quad (2.4)$$

で与えられる。

すべり面、すなわち $\eta$ - $\zeta$ 平面を $x$ - $y$ - $z$ 座標系により表示すると、

$$l_{x\xi}x + l_{y\xi}y + l_{z\xi}z = 0 \quad (2.5)$$

となるので、この面が $x$ - $y$ 平面、すなわち試験片表面に現れるとき、それがすべり線として観察されることになる。 $x$ - $y$ 平面では $z=0$ であることを考慮し、すべり線を $y=Cx$ とすれば、式(2.5)からすべり線の $x$ - $y$ - $z$ 平面における勾配 $C$ が次式のように求まる。

$$C = -l_{x\xi}/l_{y\xi} \quad (2.6)$$

したがって、 $x$ 軸から反時計方向に角度を測ることにすれば、すべり線の角度 $\alpha$ として

$$\alpha = \arctan(-l_{x\xi}/l_{y\xi}) \quad (2.7)$$

が得られる。

本解析では、すべり面上のすべり方向に平行な分解せん断応力 $\tau_{\xi\eta}$ がすべりの生じる臨界せん断応力 $\tau_c$ を超えた時点、すなわち

$$(\tau_{\xi\eta}/\tau_c) \geq 1 \quad (2.8)$$

となるとき、そのすべり面がき裂面になるものとする。そのき裂面が試験片表面に現れるとき、き裂線として観察され、このときのき裂線の方位 $\alpha$ は式(2.7)で与えられる。さらに、き裂の発生寿命 $N_i$ は転移蓄積モデル[5]に基づいて、次式で与えられるものとする。

$$N_i = \frac{2GW_c}{\pi(1-\nu)d(\tau_c)^2} \frac{1}{(\tau_{\xi\eta}/\tau_c - 1)^2} \quad (2.9)$$

ここで、 $G$ はせん断弾性係数、 $\nu$ はポアソン比、 $d$

は結晶粒径、 $W_c$ は単位面積あたりの破壊エネルギーをそれぞれ表す。なお、以下の解析では負荷応力の無次元化パラメータ $(\tau_{\xi\eta}/\tau_c)$ を用いて、次式のように正規化したき裂発生寿命 $\bar{N}_i$ を考える。

$$\bar{N}_i \equiv N_i/N_0 = \frac{1}{(\tau_{\xi\eta}/\tau_c - 1)^2} \quad (2.10)$$

ここで、正規化に用いたパラメータ $N_0$ は材料定数のみで構成され、次式で与えられる。

$$N_0 = \frac{2GW_c}{\pi(1-\nu)d(\tau_c)^2} \quad (2.11)$$

## 2.2 き裂発生の解析方法

本解析では、 $\bar{N}_i$ が10以下となる正規化繰返し数において発生したき裂を対象に、その発生方位 $\alpha$ の分布を求める。ただし対称性および後述の実験結果との対比を考慮して、 $\alpha$ が $-90^\circ$ 以下のときにはその値に $180^\circ$ を加算し、 $\alpha$ が $90^\circ$ を超える場合には $180^\circ$ を減算することにより、方位分布を $-90^\circ \sim 90^\circ$ の間に示した。特に実験では、例えば $-135^\circ$ のき裂と $45^\circ$ のき裂は識別できず、同じ方位のき裂として観察される。

解析にあたっては、すべり線の角度 $\alpha$ を $-180^\circ \sim 180^\circ$ の角度範囲を等分割して与える。さらに、特定方位角 $\alpha$ をもつすべり線として現れるすべり面の法線方向、およびそのすべり面上のすべり方向については、角度分布が一樣となるようにそれぞれの方向余弦を乱数で与える。ただし、方向余弦が満足すべき

$$l_{x\xi}^2 + l_{x\eta}^2 + l_{x\zeta}^2 = 1 \quad (2.12)$$

$$l_{x\xi}l_{y\xi} + l_{x\eta}l_{y\eta} + l_{x\zeta}l_{y\zeta} = 0 \quad (2.13)$$

などの諸関係を考慮して、すべり線、すべり面の法線方向、およびすべり面上のすべり方向の方向余弦を用いて順次必要な方向余弦を定めた。得られた方向余弦を、式(2.3)および式(2.4)に代入することにより、すべり面におけるすべり方向の分解せん断応力 $\tau_{\xi\eta}$ および法線方向の垂直応力 $\sigma_\xi$ を求めた。

多くの実用構造部材は、複雑な多軸応力状態下で稼働する。特に、疲労損傷が現れやすい材料表面に限って言えば、二軸応力状態となるが、さらにその応力二軸比 $\lambda_\sigma = \tau_{xy}/\sigma_y$ も変動する場合が一般的である。本研究では上記のような実情を最も単純化し、

二軸応力状態、かつ一定応力振幅の疲労を想定した解析を行う。

なお、以下では、式(2.8)を満たして発生したすべり帯き裂については、その方位 $\alpha$ と次式で定義されるすべり帯き裂強度 $I_{SBC}$ との関係で議論する。

$$I_{SBC} = \sqrt{1 - l_{x\eta}^2 - l_{y\eta}^2} \quad (2.14)$$

このパラメータは、試験片表面法線方向とすべり方向との方向余弦を表し、これが大きいほどすべり方向が表面法線方向に近くなり、結果として観察時に検出されやすい段差の大きさに対応することになる。物理的現象としては、材料表面における突き出し・入り込みに対応するものである。

### 3. 均質材料におけるき裂方位分布の解析

#### 3.1 純銅に関する実験 [4]

供試材料は、介在物を含まず、ほぼ均質な微視組織を有する純銅である。本研究において解析と比較対象とする試験条件は、変位制御により、中空円筒試験片を用いて行った完全両振り軸力-ねじりトルク組合せ疲労である。なお、組合せ条件としては、軸ひずみ範囲 $\Delta\epsilon$ 、とせん断ひずみ範囲 $\Delta\gamma_{xy}$ とのひずみ二軸比 $\lambda_\epsilon = \Delta\gamma_{xy} / \Delta\epsilon$ を0、2.0および $\infty$ に設定した3種類である。

また、疲労試験中に適当な繰返し数で試験を中断し、その時点においてプラスチックレプリカ法により試験片観察部分表面のレプリカを採取した。これにより、疲労過程の各段階におけるき裂成長挙動を観察した。

試験片表面において観察したすべり帯の方位分布[4]を Fig.1(a)に示す。すべり帯の方位は、試験円筒方向から反時計回りに測ったすべり線の角度 $\alpha$ を正として、 $-90^\circ$ から $+90^\circ$ までの範囲を $10^\circ$ 刻みで整理した。図の縦軸としては、すべり帯方位がそれぞれの角度刻みの範囲内にある結晶粒数の観察結晶粒総数に対する相対比率 $f_{SB}$ で表した。なお、観察対象とした結晶粒の総数は各試験片に対して約200個ずつであり、また方位分布は疲労試験中に繰返し数 $N$ と破断繰返し数 $N_f$ の比がおおよそ $N/N_f = 0.2$ となる時点で採取したレプリカから調べた。軸負荷では $0^\circ$ と $\pm 50\sim 60^\circ$ 付近に、組合せ負荷では $-20\sim 0^\circ$ と $60\sim 80^\circ$ 付近にそれぞれ若干高い分布がみられ、一方ねじり

負荷では $0^\circ$ 近傍に大きなピークが、また $\pm 90^\circ$ 付近にも極小さなピークが現れる。

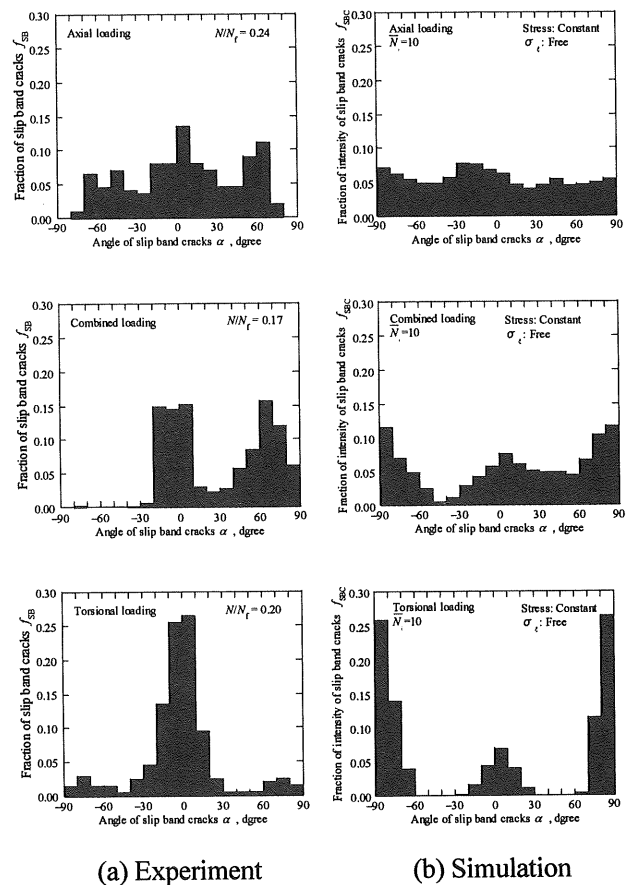


Fig.1. Distributions of Crack Angle.

#### 3.2 シミュレーションにおける解析条件

本シミュレーションでは、前述の純銅に対する実験結果との比較を考え、円筒試験片の変位制御による完全両振り軸力-ねじりトルク組合せ疲労試験を想定する。ただし、円筒試験片の微小面素において円筒方向を $x$ 軸、軸方向を $y$ 軸とする。比較対象とする実験では前述のようにひずみベースの制御をしているのに対して、前章で述べた解析モデルに適用するいずれのパラメータも応力ベースとなっている。そこで解析では、疲労試験においてヒステリシスループが安定する破断寿命の約1/2の時点における繰返し応力-ひずみ関係[6]から、上記3種類のひずみ比 $\lambda_\epsilon = 0, 2.0, \infty$ を二軸応力比 $\lambda_\sigma = \Delta\tau_{xy} / \Delta\sigma_y$ に換算した。すなわち、 $\lambda_\sigma = 0, 2/3, \infty$ の3種類である。

また、円筒試験片表面に生じる軸応力範囲およびせん断応力範囲をそれぞれ $\Delta\sigma_y (=2\sigma_y)$ および $\Delta\tau_{xy} (=2\tau_{xy})$ としたとき、すべての $\lambda_\sigma$ について Tresca 型の

相当応力範囲  $\Delta\bar{\sigma} = (\Delta\sigma_y^2 + 4\Delta\tau_{xy}^2)^{1/2}$  が等しくなるように  $\Delta\sigma_y$  および  $\Delta\tau_{xy}$  を設定した。以下の解析では、すべての負荷モードで  $\Delta\bar{\sigma}/2\tau_c = 3$  とした。

前述のように、解析によって得られた発生き裂の方位  $\alpha$  を  $-90^\circ$  から  $+90^\circ$  まで  $10^\circ$  刻みで分類し、個々の  $10^\circ$  刻みの範囲にある全発生き裂のすべり帯き裂強度の和を、各  $\bar{N}_i$  で発生した総き裂のすべり帯き裂強度の総和に対する相対比率  $f_{SBC}$  として整理した。以下に示す結果はすべて  $\bar{N}_i = 10$  における結果である。

### 3.3 シミュレーション結果

$\bar{N}_i = 10$  において  $\lambda_\sigma = 0, 2/3, \infty$  の3種類の負荷形式について得られた解析結果を、Fig.1(b)に示す。なお、図に示した解析結果は垂直応力の影響および応力のゆらぎともに考慮せずに得られたものである。

解析結果は、 $\lambda_\sigma = 0, 2/3, \infty$  のいずれの負荷条件においてもピークの位置、高さともに Fig.1(a)に示した実験結果と比較すると、全体的によい一致を示している。ただし、両者の間には若干の相違があるが、その相違に関しては以下のことが要因の一つとして考えられる。すなわち、実験ではレプリカ上でき裂を視認する際の分解能に限界がある。一方、解析では式(2.9)を満たすすべてのき裂が、すべり帯き裂強度(実験ではすべりの濃さに関連するパラメータ)の大小に依らず、発生したき裂として取り扱われる。このようなき裂認知上の相違が存在することを、実験結果と解析結果との比較において考慮する必要がある。

なお、ねじりの場合については、実験では  $0^\circ$  付近のピークが顕著であるのに対して、解析では  $\pm 90^\circ$  にもピークが現れる。ただし、 $0^\circ, \pm 90^\circ$  はいずれも最大せん断応力が生じる角度であるという意味では、実験結果と解析結果との間には本質的な差はないといえる。

以上より、2章で述べた解析モデルは、均質な微視組織を有する材料における発生き裂の方位分布の推定に適用できることがわかった。

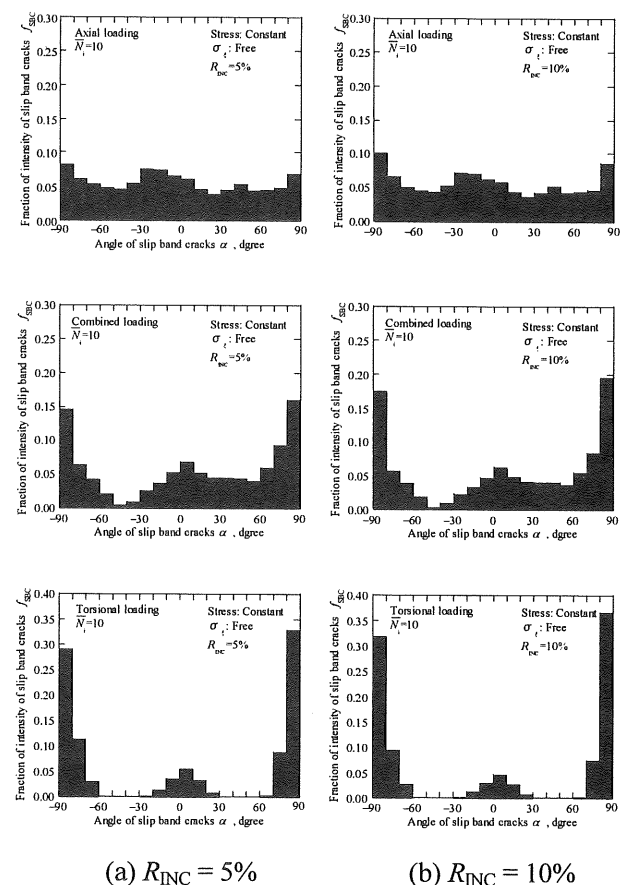
## 4. 介在物含有材料におけるき裂方位分布

### 4.1 解析方法

本研究で対象とするモデル材料は鉄鋼系材料

SAE1045 である。この材料には硫化物系の介在物が存在し、この介在物は細長く、かつ試験片の軸方向にほぼ沿って存在している [7]。

そこで、本解析では以下の方法で介在物を取り扱うこととした。まず、仮想的な結晶の総数に対して適宜定めた割合  $R_{INC}$  の結晶に介在物が存在するものとする。また、すべりは介在物に沿って発生することを考慮して、介在物に沿うすべり線(実際には、介在物が存在すると想定した結晶内のすべり線)の角度  $\alpha$  を強制的に  $90^\circ \pm 5^\circ$  の角度幅の間で任意に設定した。この  $\alpha$  に対する制約以外は、前章と同様のシミュレーションを行った。



(a)  $R_{INC} = 5\%$  (b)  $R_{INC} = 10\%$   
Fig.2. Simulated distribution for different ratios of inclusions in total grains.

### 4.2 シミュレーション結果と考察

$\lambda_\sigma = 0, 2/3, \infty$  の3種類の負荷様式について介在物の影響を考慮して解析した結果を、それぞれ Fig.2に示す。図に示す結果はすべて、 $\bar{N}_i = 10$ 、垂直応力の影響を考慮せず、応力のゆらぎも考慮しない場

合のものである。 $R_{INC} = 5\%$ 、 $10\%$ として介在物の影響を考慮した解析結果をそれぞれ Fig.2(a)、(b)に示す。いずれの負荷形式に関しても介在物を考慮した結果は、 $R_{INC}$ が増加するにつれて、 $\pm 90^\circ$ 付近の割合が増加する。これは、介在物に沿うすべり線の角度を  $90^\circ \pm 5^\circ$ の範囲に設定したことを反映している。さらに、3種類の負荷形式における介在物によるき裂方位分布の影響を比べてみると、軸負荷や組合せ負荷と比較して、ねじり負荷において介在物の影響がより大きく現れている。

なお、前述の軸方向に沿う介在物を含む SAE1045 については発生き裂の方位分布の結果は提示されていないが、同材料の繰返しねじり試験では軸方向のき裂が成長し、主き裂も軸方向に沿った形で現れることが観察されている [7]。したがって、本解析モデルを用いることにより、特に繰返しねじり試験における実験的傾向を示唆する解析結果が得られたといえる。

## 5. 結言

本研究では、き裂発生モデル化を行い、そのモデルに基づいて二軸疲労におけるき裂発生シミュレーション法を提案した。得られた主な結果は以下のとおりである。

- 1) すべり帯き裂強度の導入により、方位分布のピークの位置および高さに関して、微視組織がほぼ均質な材料における実験結果をよく表すことができた。
- 2) 介在物に沿うすべり線の角度を強制的に与えることにより、硫化介在物を含有する SAE1045 の繰返しねじり試験において観察された実験傾向をよく表すことができた。

## 参考文献

- [1] J. A. Bannantine and D. F. Socie, ASTM STP 942, 899, 1987
- [2] T. Hoshide and T. Kusuura, Fatigue Fract. Engng Mater. Struct., 21, 201, 1998
- [3] C. T. Hua and D. F. Socie, Fatigue Fract. Engng Mater. Struct., 8, 101, 1985
- [4] 吉川哲也, 木村幸雄, 星出敏彦, 井上達雄, 日本機械学会論文集(A), 53, 361, 1987
- [5] T. Tanaka and T. Mura, Trans. ASME, J. App. Mech., 48, 97, 1981
- [6] 吉川哲也, “多軸応力下の低サイクル疲労における微小き裂発生に関する損傷力学的研究”, 修士論文, 1986
- [7] Chang-Tsan Hua, “Fatigue damage and small crack growth during biaxial Loading”, UILU-ENG 84-3609, Report No.109, 1984