

## 確率論を利用した原子炉設計に関する検討※ (原子炉配管へのLRFD法適用)

高瀬健太郎 Kentaro TAKASE  
普遍学国際研究所

凌元錦 Yuanjin LING  
普遍学国際研究所

肥田隆彦 Takahiko HIDA  
日本原子力発電

# 解説 記事

## 1. 背景

米国機械学会は、先駆的に原子力発電設備の維持規格制定に取組み、1971年に供用期間中検査を規定したASME Code Section XIを制定している。その後、ASME Code Section XIの1974年版では、検査で発見された欠陥の成長評価と機器の健全性に基づく欠陥評価基準が新たに導入された。この基準は、供用期間中に発見された欠陥については、製造時の許容基準を超えた場合についても健全性を損なわない範囲で許容し、欠陥が存在したまま継続運転可能とするものであり、1960年代に進展した破壊力学の最新知見を規格に取込んだ先進的なものであった。

このようにSec. XIには、供用期間中検査、予防保全、補修と取替えの決定等にリスク情報を活かした手法が取り入れられており、稼働率向上等の目標に対して、既に大きな成果を挙げていることは周知の事実である。

これに対して構造設計規格であるSec. IIIは、現在も主に決定論的、機構的な設計手法に依拠している。しかしながら、全ての設計は不確定性を伴う。具体的には、荷重条件、材料特性、解析モデルの精度、幾何学的特性、製造及び据付け精度、試験検査結果及び実際の使用条件、等に関わる不確定性である。これまでの工学的設計手法では、決定論的な安全係数で不確定性を扱ってきたため、信頼性レベルに一貫性が無く、場合によっては過剰に保守的なものであったり、個々の不確定性の効果や安全性の実際的な裕度に対し明確な考察がなされていなかった。

このような状況の中で、近年、確率論的設計解析手法が開発され、統計的なモデルや確率論的解析により不確定性や無作為性を扱うようになってきた。かつては、不確定性を正確に扱い破損確率を推定するために必要と

される計算機資源の不足のために、これらの手法の適用は非現実的であった。しかしながら、近年の計算機資源に関する状況の著しい進歩や確率論的設計のためのツールが利用可能になったことにより、複雑な設計問題に対しても、確率論的解析とそれに基づく最適化を効率的に適用できる環境が整ってきた。現在ASMEでは、LRFD (Load and Resistance Factor Design) 法を原子炉配管(クラス2/3)に適用すべく検討が行われており<sup>[1]</sup>、2005年4月には中間報告が出されている<sup>[2],[3],[4]</sup>。

こうした確率論的手法は、米国鉄鋼建設学会及び米国コンクリート学会設計コード等には既に取り入れられており、実際の構造物の設計に適用され、運用されてきた実績を持っている。

## 2. 配管用LRFD法の利点

信頼性ベースの設計手法であるLRFD法を適用することによる利点としては、以下のような項目が挙げられる。

- (a) 各種パラメータの不確かさを考慮した信頼性の確保
  - ・荷重、強度、劣化機構における不確かさへの対処法を与えることができる。
  - ・鋼材のグレードのような材料に関する適合性と信頼性を与えることができる。
  - ・予測モデル及び材料荷重特性に関して今後得られる新規知見を反映することができる。
- (b) 資源の節約、コスト削減効果
  - ・資源の効果的かつ経済的な利用に結びつく。
  - ・特に、配管に対するLRFD法の適用により、横揺れ防止策の軽減によってコストの削減が見込まれる。実際、建築構造に対するLRFD法適用の経験では、3～5%のコスト削減が示されている。
  - ・荷重の組み合わせを考慮することにより、熱応力や地震変位応力といった、異なる荷重に対する信頼性間のバランスを取りつつ、過剰な設計裕度を軽減することが可能である。
  - ・プラント運転中の診断・保守の軽減により、全寿命

※本稿は、平成16年度に日本原子力発電株式会社からの委託により普遍学国際研究所にて実施された研究成果を参考にしています。

中のコスト削減効果は更に大きくなるものと期待である。

- ・寿命予測、寿命延長、検査保守戦略開発の基礎となる時間依存信頼性解析を実施することが可能である。
- (c)その他
- ・既にLRFD法を導入している他産業の基準との整合性を与えることができる。

## 3. LRFD法の概念と手法

本章では、確率論的設計手法としてのLRFD法の概念と手法を著者の視点に基づいて紹介する。

### 3-1) 荷重係数、耐力係数

従来の許容応力設計 (ASD : Allowable Stress Design) では、「構造物に係る荷重の総和に対して、強度 (耐力) に安全率を見込むこと」によって安全性を担保してきた。構造物に  $N$  種類の荷重が作用している場合、次式のように表現できる。

$$\phi_{ASD} R = \sum_{i=1}^N L_i \quad (1)$$

ここで  $R$  は構造物の耐力、 $L_i (1 \leq i \leq N)$  は構造物に作用する  $i$  種類目の荷重である。耐力  $R$  の係数  $\phi_{ASD}$  は安全率を見込んで設定される。

これに対してLRFD法では「構造物の強度の係数 (減少) 倍は荷重効果の係数 (拡大) 倍の和より大である」という要求で表すことができ、次式のようになる。

$$\phi R = \sum_{i=1}^N \gamma_i L_i \quad (2)$$

ここで、 $\phi, \gamma_i$  は局所安全係数 (PSF : Partial Safety Factor) であり、 $\phi$  は耐力係数、 $\gamma_i$  は  $i$  種類目の荷重に対する荷重係数と呼ばれる。荷重係数と耐力係数は荷重のタイプごとに異なるが、一般的に荷重に伴う不確実性が高くなるにつれ、対応する荷重係数は大きくなり、強度に伴う不確実性が高いほど対応する耐力係数は小さくなる。これらの係数は、規定された安全レベルに対応するよう確率論的に定められる。

許容応力設計とLRFDフォーマットとの違いは、前者は唯一つの安全係数を用いるのに対して、後者は荷重と強度のタイプごとに異なる安全係数を設定できる点である。LRFD法では、各荷重と強度の不確実性を考慮でき、それらの間に適切なバランスを取ることができるが、許容応力設計では、唯一つの安全係数だけ

なので各荷重間のバランスを取ることはできない。この点については後で改めて考察する。

### 3-2) 破損確率 $P_f$ と信頼性指数 $\beta$

構造物がどの程度の安全裕度を持っているかは、信頼性指数  $\beta$  によって表現される。構造物の破損確率  $P_f$  と  $\beta$  には次の関係がある。

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (3)$$

ここで  $\Phi(\cdot)$  は標準正規分布の累積確率分布関数であり、具体的には次式で表される。

$$\Phi(\beta) = \int_{-\infty}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) dx \quad (4)$$

従って、定性的には信頼性指数  $\beta$  が大きければ大きい程、破損確率  $P_f$  は小さくなり、 $\beta$  を大きくすることは、その設計に大きな安全裕度を持たせることを意味する。例えば、 $\beta = 3.09$  は  $P_f \approx 10^{-3}$  に、 $\beta = 3.71$  は  $P_f \approx 10^{-4}$  に対応する。式 (3) 及び (4) については後で説明する。

### 3-3) 限界状態関数 $g$

構造物の破損クライテリアを「構造物に係る荷重の和がその材料の持つ耐力より大きくなること」と定める。即ち、破損確率  $P_f$  は  $R < \sum_{i=1}^N L_i$  となる確率、 $P_{rob} (R < \sum_{i=1}^N L_i)$  である。

限界状態関数  $g$  は、荷重、耐力の関数であり、典型的には次式で表される。

$$g = R - \sum_{i=1}^N L_i \quad (5)$$

ここで関心があるのは、構造物が破損している状態、即ち  $g < 0$  となる確率である。この  $g$  を用いて  $P_f$  は  $P_{rob} (g < 0)$  とも表すことができる。

限界状態関数自体としては様々な定義を考へることができ、例えば  $g = \frac{R}{L}$  と定義すれば、破損状態は  $g$  が 1 より小さい場合に相当する。本稿の以降の議論では式 (5) の定義を用いることとする。

### 3-4) 一次近似二次モーメント (FOSM) 法

現在ASMEにおいて検討されているLRFD法では、改良一次近似二次モーメント (AFOSM : Advanced First-Order Second Moment) 法が用いられている。ここで、AFOSM法を扱う前に、FOSM (First-Order Second Moment) 法について見ておくことは、手法の本質を理解するのに役立つ。

FOSM法で扱う確率変数は、もともと正規分布に従う確率変数、即ち正規確率変数を想定している。荷重、耐力等の確率変数が正規分布に従わない場合にはAFOSM法を用いることが推奨される。AFOSM法は正規分布以外の確率分布を持つ変数に対しても適用可能な手法である。

手法を理解するために、まず構造物に係る荷重が一種類である場合を考え、それを $L$ で表す。また、構造物の耐力を $R$ で表す。この場合、限界状態関数 $g$ は次式のように表される。

$$g = R - L \quad (6)$$

LRFD法では、耐力及び荷重を確率変数と見なすことが本質的に重要な点である。この様子をFig. 1に示す。Fig. 1には限界状態関数 $g$ の確率密度分布も併せて示している。この分布は耐力 $R$ 及び荷重 $L$ の確率密度分布より求められる。そして $g$ の確率密度分布を $g < 0$ となる破損領域について積分することにより、全破損確率が求められる。

以下、2つの確率変数、耐力 $R$ と荷重 $L$ は、それぞれ正規分布に従うものとする。正規分布は確率変数の平均値と標準偏差の2つのパラメータで分布形状が定められる。耐力 $R$ と荷重 $L$ の平均値をそれぞれ $\mu_R, \mu_L$ 、標準偏差を $\sigma_R, \sigma_L$ とする。これらを用いて耐力 $R$ と荷重 $L$ の確率密度分布関数 $\varphi_R, \varphi_L$ はそれぞれ次のように表される。

$$\varphi_R(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{R-\mu_R}{\sigma_R}\right)^2\right) \quad (7)$$

$$\varphi_L(L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{L-\mu_L}{\sigma_L}\right)^2\right) \quad (8)$$

また、正規確率変数の一次結合は再び正規確率変数となるので、この場合の限界状態関数 $g$ の確率密度分布関数 $\varphi_g$ は、次式のようになることを示すことができる。

$$\varphi_g(g) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{g-\mu_g}{\sigma_g}\right)^2\right) \quad (9)$$

ただし、ここで

$$\mu_g = \mu_R - \mu_L \quad (10)$$

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_L^2} \quad (11)$$

である。

ここで議論の見通しを良くする目的で規格化変数 $R', L'$ を次式で定義しておく。

$$R' = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad (12)$$

$$L' = \frac{L - \mu_L}{\sigma_L} \quad (13)$$

即ち、 $R', L'$ はどちらも平均値0、標準偏差1の正規分布に従う。構造物の耐力が $R$ 、係る荷重が $L$ となる事象の $R'-L'$ 平面上における確率密度を $\Psi(R', L')$ で表すと、

$$\Psi(R', L') = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{1}{2}(R'^2 + L'^2)\right) \quad (14)$$

となる。これは、 $R'-L'$ 平面上における原点からの距離( $=\sqrt{R'^2 + L'^2}$ )のみの関数であり、しかも正規分布に従う。従って $R'-L'$ 平面における原点においてその確率密度は最大になる。これは原点が耐力、荷重共に

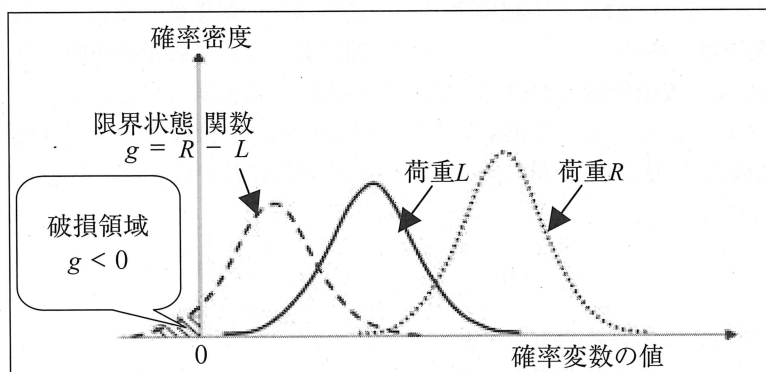


Fig. 1 Example of probability distribution of load  $L$ , resistance  $R$  and performance function  $g$ .

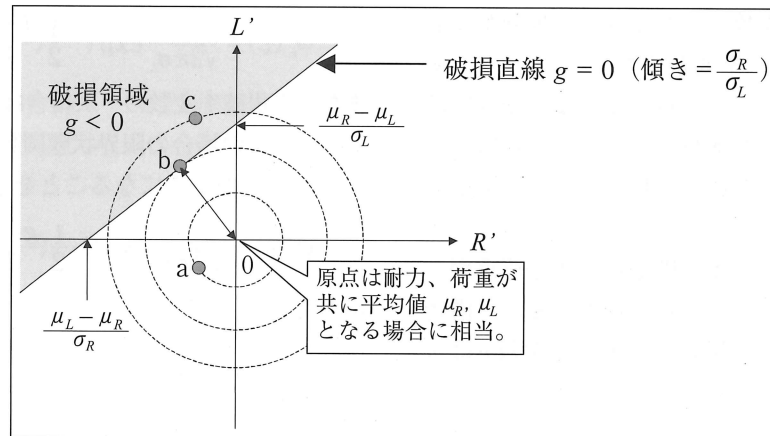


Fig. 2  $R' - L'$  plane and failure area and surface.

平均値となる事象が、最も確率密度が大きいことに対応する。そして $R'-L'$ 平面における原点からの距離が大きくなる程、その確率密度は小さくなっていく。

また、 $R', L'$ を用いて式(6)の限界状態関数 $g$ は次式のように表される。

$$g = \sigma_R R' - \sigma_L L' + \mu_R - \mu_L \quad (15)$$

Fig. 2の網掛け部分は $R'-L'$ 平面上における破損領域 $g < 0$ を示したものであり、状態a～cはここでの説明を補助する目的で例示している。

状態a, b, cの中では、状態aが実現する可能性が最も高いが、破損直線 $g < 0$ よりも下にあるので、状態aでは破損は生じない。状態b及びcでは構造物の破損が生じる。この2つの状態を比較して、状態bは状態cよりも原点に近いので、より実現する可能性が高い。

このように考えて、この平面上において設計上最も関心がある点は、破損領域上の点の内、最も原点に近い点bであることが分かる。この点は最も実現確率の高い破損点、即ち最確破損点である。

構造物の全破損確率 $P_f$ は、破損領域における各点の、確率密度分布を積分することによって求められる。その結果、前述の関係式(3)及び(4)が得られる。ここで $\beta$ は次式で求められる。

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_L}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_L^2}} \quad (16)$$

この $\beta$ は最確破損点 (Fig.2における点b) と $R'-L'$ 平面の原点との距離に等しく、信頼性指数と呼ばれる。ここで、構造物の全破損確率 $P_f$ はただ一つの指標

$\beta$ で計算できることと、 $\beta$ が大きい程 $P_f$ が小さくなる点が重要である。式(16)で分かるように、荷重の平均値 $\mu_L$ が小さくなるか、もしくは耐力の平均値 $\mu_R$ が大きくなれば $\beta$ は大きくなる。これは、 $\beta$ が大きい程、構造物の全破損確率が小さくなることと一致する。

ここで $R$ と $L$ が正規分布に従っているということが、著しく問題を簡単にしていることに留意する必要がある。これにより、 $R'-L'$ 平面において各点の状態が実現する確率密度が、原点からの距離をパラメータとした正規分布で与えられることになる。

ここまでは、単一種類の荷重が作用する場合を考えたが、複数の荷重が作用する場合にも同様に考えることができ、今 $N$ 種類の荷重 $L_1 \sim L_N$ が作用しているとして、それぞれが正規分布に従う場合、限界状態関数 $g$ は次式で与えられる。

$$g = R - \sum_{i=1}^N L_i \quad (17)$$

この場合の最確破損点は、正規化された $N+1$ 次元空間において、 $N$ 次元超曲面で与えられる破損曲面上の点の内、最も原点に近い点となる。この場合にも関係式(3)及び(4)は成立し、最確破損点と原点の距離、即ち信頼性指数 $\beta$ は式(16)を拡張して次式で求められる。

$$\beta = \frac{\mu_R - \sum_{i=1}^N \mu_{L_i}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sum_{i=1}^N \sigma_{L_i}^2}} \quad (18)$$

ここで $\mu_{L_i}, \sigma_{L_i}$ は $i$ 番目の荷重変数の平均値及び標準偏差である。



最確破損点の  $N+1$  次元空間における座標を  $(R, L_1, \dots, L_N) = (R^*, L_1^*, \dots, L_N^*)$  で表すと、この点は破損曲面上にあり、 $g=0$  を満足するので式(17)より次式が成立する。

$$R^* = \sum_{i=1}^N L_i^* \quad (19)$$

この式(19)を式(2)と比較して見れば、荷重係数  $\phi$  及び耐力係数  $\gamma_i$  が次式のように表されることの背景が理解できよう。

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{R^*}{\mu_R} \\ \gamma_i &= \frac{L_i^*}{\mu_{L_i}} \end{aligned} \quad (20)$$

即ち、荷重係数及び耐力係数は、設計時に想定される荷重及び耐力の平均値と、破損曲面上にあり、なおかつ最も実現可能性が高い、最確破損点におけるそれらの値との比である。最確破損点における荷重は想定荷重より大きく、耐力は想定耐力より小さくなるのが通常であるので、この場合荷重係数は1より大きく、耐力係数は1より小さな値を取るようになる。

### 3-5) 改良一次近似二次モーメント (AFOSM) 法

前節で見たように、FOSM法によって信頼性指数  $\beta$  を求めることができるが、その背景にあるのは各確率変数が正規分布に従うという仮定である。従って確率変数の分布が正規分布に従わない場合には、改良一次近似二次モーメント (AFOSM) 法を用いることになる。

ここで、確率変数が正規分布に従わない場合に、FOSM法において何が問題となるかを考察しておく。Fig.2を見ると確率密度の等高線が原点を中心とした同心円になっている。これは各確率変数が正規分布に従うことからの帰結であり、正規分布に従わない場合には等高線は歪み、その結果、破損曲面上の点において、原点に最も近い点が、最も実現可能性が高い破損を表すとは限らない。

AFOSM法では、確率変数を正規分布に従う変数へと変換することで、FOSM法に準じた議論を行うことができる。反復計算を行い、信頼性指数  $\beta$  を収束させることで結果を得る点がFOSM法と異なっている。この場合、破損確率  $P_f$  と  $\beta$  の関係式(3)及び(4)は必ずしも正確では無いが、それにも関わらずほとんどのケースにおいて高い精度での近似値を与えるので、AFOSM法においても関係式(3)及び(4)が利用されている。

### 3-6) 従来の許容応力設計に対するLRFD法の利点

従来の決定論的手法である許容応力設計に対するLRFD法の利点については、例えば、 $N$ 種類の荷重が作用している構造物に対する式(1)と式(2)を比較することにより理解できる。すなわち、許容応力設計に対応する式(1)においては、荷重1~ $N$ に対しての余裕を見込むために、それぞれの荷重について大きな値を用いる必要があった。その結果として過剰な余裕が生じることは容易に想像できる。

これに対してLRFD法に対応する式(2)においては、荷重1~ $N$ が「同時に大きな値を取る確率は非常に低い」ことを考慮して、それぞれの荷重に対しての荷重係数を定めることになり、結果として異なる荷重間のバランスのとれた合理的な安全性の確保が可能になる。

## 4. ASMEでの検討状況 (2005年4月時点)

### 4-1) 荷重と荷重の組み合わせ及び

#### 配管の破損モードと限界状態について

2005年4月時点でのASMEの中間報告<sup>[2],[3],[4]</sup>において、設計において考慮すべき荷重とその組み合わせについて議論がなされている。中間報告までの議論においては、原子炉配管に係る荷重の内、一次荷重のみが取り扱われており、熱応力などの二次荷重については今後の検討課題となっている。一次荷重の内訳は①重量、②内圧、③地震荷重である。

原子炉配管用荷重組み合わせの議論においては、米国鉄鋼建設協会コード、米国土木学会コード、米国石油学会コード、米国国道輸送担当官協会橋梁設計仕様、ユーロコード1995等が参考にされ、次の各条件のそれぞれに対して推奨案が出されている。

- ・一般条件(配管が自らの重量を支持できることを保証)
- ・運転条件 (ASME BPVコードの使用限界A)
- ・過渡荷重条件 (ASME BPVコードの使用限界B)
- ・緊急荷重条件 (ASME BPVコードの使用限界C)
- ・事故荷重条件 (ASME BPVコードの使用限界D)

また、それぞれの条件における破損クライテリアについても検討がなされている。そして、これらの議論に基づいて、LRFD法に用いる配管の限界状態関数についても、上記の各条件について推奨案が示されている。

特に地震荷重に対しては、ASMEコードでは次の2種類の地震が考慮されている。

- 1) 運転基準地震 (OBE: Operating Basis Earthquake)  
は、地域的、局所的な地質学と地震学、局所地表材質の特性を考慮し、プラント運転寿命中にプラントライフサイクルに影響を及ぼすと合理的に考えられる地震である。使用限界B,Cに用いられる。この地震は、典型的には100年に1回生じると考えられる。
- 2) 安全停止地震 (SSE: Safe Shutdown Earthquake)  
は、局所的な地質学と地震学、局所地表材質の特性を考慮し、可能性のある最大地震の評価に基づく地震である。この地震による最大震動が生じて、安全上重要な構造物、系統、機器の機能が維持されるように設計される。使用限界Dで使用される。この地震は典型的には1000年に1回生じると考えられる。

#### 4-2) 配管の基礎確率変数について

LRFD法を実際に適用するためには、荷重、強度に関わる各変数の確率分布特性が必要である。ASMEの中間報告<sup>[2],[3],[4]</sup>では、以下のような項目について部分的に検討されている。

- ・ 配管の典型的な材料のリストと、それらに対する降伏応力や極限強度等のデータ、確率分布特性
- ・ 配管の幾何学的パラメータ (直径や肉厚等) の確率分布特性に関するデータ
- ・ 配管の自重や、原子炉冷却材の密度等に関するデータ
- ・ 地震荷重の確率論的特性に関するデータ

例えば、「配管の直径の統計的性質は標準偏差の2倍が公差に等しい正規分布に従うものとする」とある。

LRFD法に限らず、確率論的手法においては、データの収集は非常に重要なタスクであり、既存のプラントにおけるデータ採取、あるいは実験室試験を行っていくおことの重要性が主張されている。

## 5. まとめ

本稿では、原子力分野におけるLRFD法の適用可能性について検討する目的で、手法の概念、利点を明らかにし、ASMEにおける検討状況について紹介した。これらの利点を現実のものとするために、今後実施さ

れるべき項目としては以下のものが挙げられる。

- ・ 現時点では一次荷重についてのみ検討されているが、これに疲労や熱荷重を組み合わせること。
- ・ 材料の機械的性質の実験室試験と、プラントでの寸法や公差の測定等のデータ収集。
- ・ 荷重強度の確率変数間の感度解析と相関効果。
- ・ 信頼性レベルの目標範囲の確認。
- ・ LRFDフォーマットに用いる局所安全係数の計算。
- ・ 目標信頼性レベル、耐力係数、荷重係数を取りまとめた配管用LRFD指針と規則の試案。
- ・ 荷重耐力係数の使用法をユーザに例示する為の設計例。

将来、日本の原子力発電プラントに適用される可能性も考慮しつつ、今後もASMEにおけるLRFD法における議論と動向に注目していく必要がある。

また、普遍学国際研究所では設計手法であるLRFD法の考え方を基にして、保全計画の立案に確率論的手法を導入することについても検討している。日本における原子力発電の現状が、新規プラント建設よりも既存プラントの長期安定運転に重点が移りつつあることを考えれば、他産業で既に有用であると認められている概念の、保全分野への導入やその適用可能性等について、積極的に議論されることが望まれる。

## 謝辞

本稿執筆に当たっては、普遍学国際研究所の宮健三氏、真木紘一氏、日本原子力発電の岡崎利彦氏、米野敏博氏より議論を通じて貴重なご意見を頂きました。ここに感謝の意を表します。

## 参考文献

- [1] 森下正樹、“規格基準の将来動向に関する2、3の話題”、保全学 Vol.2, No.1, pp.23-27(2003)。
- [2] ASME Special Working Group, "Interim Research Report Development of Reliability-Based Load and Resistance Factor Design (LRFD) Methods for Piping", ASME, April 6, 2005.
- [3] 普遍学国際研究所、“確率論を利用した原子炉設計に関する検討(原子炉配管のLRFD手法)”, 2005.
- [4] 高瀬健太郎、真木紘一、宮健三、肥田隆彦、“原子炉配管のLRFD(荷重耐力係数設計)手法”、日本保全学会第2回学術講演会要旨集, pp.183-186(2005)。

(平成17年11月17日)