

# ベイズ推定による渦電流探傷法の欠陥寸法計測に関する一手法

A Method for Crack Sizing using Bayesian Inference arising in Eddy Current Testing

神戸大学大学院工学研究科 小島 史男 Fumio KOJIMA Member  
神戸大学大学院工学研究科 菊池 光洋 Mitsuhiro KIKUCHI Student

This paper is concerned with a sizing methodology of crack using Bayesian inference arising in eddy current testing. There is often uncertainty about data through quantitative measurements of nondestructive testing and this can yield misleading inference of crack sizing at on-site monitoring. In this paper, we propose optimal strategies of measurements in eddy current testing using Bayesian prior-to-posteriori analysis. First our likelihood functional is given by Gaussian distribution with the measurement model based on the hybrid use of finite and boundary element methods. Secondly, given a priori distributions of crack sizing, we propose a method for estimating the region of interest for sizing cracks. Finally an optimal sensing method is demonstrated using our idea.

**Keywords:** Nondestructive Test, Conditional Based Maintenance, Inverse Problems, Finite Element Method

## 1. 緒言

原子炉の高経年化に伴い、構造物に対する安全性・信頼性の要請が高まり、原子力発電プラントにおける欠陥の定量的評価の必要性が高まってきている。渦電流探傷法(Eddy Current Testing : ECT)を用いた非破壊検査は、交流電流を流し交流磁場を発生させた励磁コイルを材料に近づけ、材料表面に発生する渦電流の変化を受信コイルの誘起電圧の変化として検出することで、試験体の欠陥の特徴を得る非破壊検査法である。

これまで欠陥の定量的評価は、まず欠陥の形状を仮定してECT検査のモデル化を行い、そのモデルによるシミュレーションの結果と測定データとのパターンマッチングにより行われてきた。この診断には熟練した技術者が必要とされていたが、検査対象範囲の増加により診断の自動化が要求されている。自動化実現のためには、科学的根拠に裏付けられた方法による診断の信頼性向上が重要である。

本研究ではベイズ推定による事後分布の確率密度関数(probability density function, pdf)を用いて、パターンマッチングの探索領域をき裂パラメータの事後 pdf の信頼区間とする方法を提案する。そしてECTにおける測定条件を変更することにより、欠陥寸法計測の信頼性の向上を図る。

連絡先:小島 史男、〒657-5801 兵庫県神戸市灘区六甲台 町 1-1、神戸大学大学院工学研究科情報知能学専攻  
電話: 078-803-6493、e-mail:kojima@koala.kobe-u.ac.jp

## 2. ベイズ推定による探索領域の決定

### 2. 1 ベイズ推定

ベイズ推定で用いられるベイズの定理は、連続型確率変数を  $y$ 、未知量である母数を  $q$  として

$$p(q|y) = \frac{p(y|q)p(q)}{p(y)} \quad (1)$$

と表される[1]。  $p(q)$  はデータを得る前の  $q$  についての事前 pdf、  $p(y|q)$  はデータ発生モデル分布を示し、  $p(q|y)$  はデータ入手後の  $q$  の事後 pdf を示している。  $p(y|q)$  はデータを入手した後  $q$  の関数とみなす事により  $q$  の尤度関数となり、  $l(q|y)$  と表される。観測データ  $y$  を既知とし、事後 pdf においてパラメータ  $q$  に関係しない項を除くと、

$$p(q|y) \propto l(q|y)p(q) \quad (2)$$

すなわち、“事後 pdf  $\propto$  尤度  $\times$  事前 pdf”となる。これが、ベイズ推定の本質的な部分となる。

### 2. 2 ECT への適用

本研究では、Fig.1 に示すように、励磁コイルと受信コイルからなる受発信型プローブを用い、試験体表面においてプローブを一定の間隔(測定ピッチ)で  $x_1$  向へ移動させ、各測定点ごとに励磁・信号受信を行う形式のECT検査を想定する。このような検査では、検査箇所なき裂が存在した場合、Fig.2 のようなき裂付近に

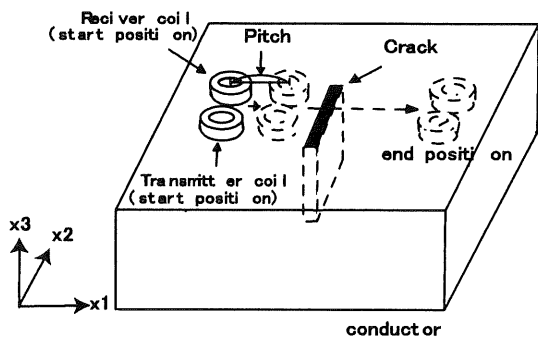


Fig. 1 Illustration of ECT

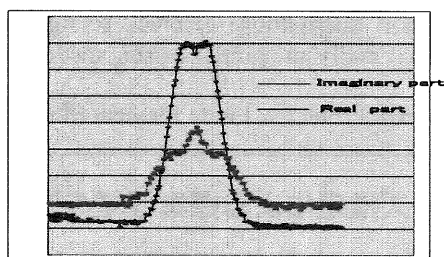


Fig. 2 Measurement data in the experiments

ピークが現れる複素数の検出信号を得ることが出来る。Fig. 2におけるプロット点は、各測定点での検出信号を表している。

ベイズ推定をECT検査へ適用するには、式(2)における連続型確率変数  $y$  を、想定したECT検査により得た観測信号のベクトル

$$\mathbf{y} = \{y_i\}_{i=1}^K \quad (K: \text{全測定点数}) \quad (3)$$

を用いて置き換え、パラメータ  $\mathbf{q}$  を、き裂のサイズを表すパラメータベクトルとすることになる。本研究ではパラメータ  $\mathbf{q}$  を

$$\mathbf{q} = \{q_1, q_2\} \quad (q_1: \text{深さ}, q_2: \text{長さ}) \quad (4)$$

と置き換える。また、き裂の深さ  $q_1$  と長さ  $q_2$  が互いに独立であると仮定し、事前pdfを以下のように表す。

$$p(\mathbf{q}) = p(q_1)p(q_2) \quad (5)$$

## 2. 2 事前分布の設定

ベイズ推定には、事前知識を元にして、推定パラメータの事前pdfを主観的な判断で決定できるという特徴がある。本研究では、パラメータであるき裂の深さ  $q_1$ 、長さ  $q_2$  の事前pdfを一様分布で与える。

まず深さ  $q_1$  だが、当然深さは目に見えないのでその大きさは完全に未知である。き裂の深さは最大でも試験材料の板厚までであるので、深さ  $q_1$  の事前pdf  $p(q_1)$  は区間  $(0[\text{mm}], \text{板厚})$  の一様分布で与えるとする。

次に長さ  $q_2$  だが、ECT検査を行うとFig.3のような2次元の磁気イメージを得ることが出来る。この磁気イメージを利用すれば、長さは完全な未知ではなく、ある程度は予測ができる。そこで長さ  $q_2$  の事前pdf  $p(q_2)$  は、区間を  $0[\text{m}] \sim \text{板厚}$  よりも常識的範囲に絞り込んだ一様分布を与える。

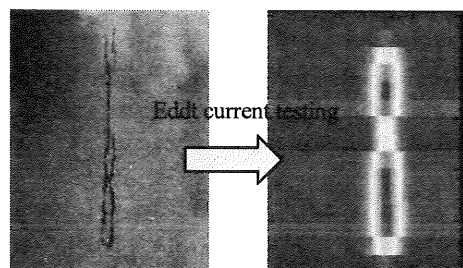


Fig. 3 Surface of crack and the magnetic image

## 2. 3 尤度関数の導入

実機でのECT検査では、得られる各測定点の信号には観測ノイズが含まれる。この観測ノイズを  $\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_i\}_{i=1}^K$  ( $K$ :全測定点数) とする。すると、サイズパラメータ  $\mathbf{q}^{true} = \{q_1^{true}, q_2^{true}\}$  のき裂上でのECT検査信号  $\mathbf{y}^{true}$  は、ECT検査の数値モデルの結果にノイズ  $\boldsymbol{\varepsilon}$  を加えたものとして表現できる。つまり、検査モデルの結果を、き裂サイズパラメータ  $\mathbf{q}$  の関数

$$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{q}) = \{\mu_i(\mathbf{q})\}_{i=1}^K \quad (K: \text{全測定点数}) \quad (6)$$

とすると、ECT検査信号  $\mathbf{y}^{true}$  は以下のように表すことができる。

$$\mathbf{y}^{true} = \boldsymbol{\mu}(\mathbf{q}^{true}) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

これより、観測ノイズ  $\boldsymbol{\varepsilon}$  は

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y}^{true} - \boldsymbol{\mu}(\mathbf{q}^{true}) \quad (8)$$

この観測ノイズ  $\boldsymbol{\varepsilon}$  を、標準偏差  $\sigma$  の無相関のガウス型白色雑音と仮定すると、式(8)より、ある測定データ  $\mathbf{y} = \{y_i\}_{i=1}^K$  のもとで、あるパラメータ  $\mathbf{q}$  の尤もらしさを表す尤度関数は

$$l(\mathbf{q}|\mathbf{y}) = \prod_{i=1}^K \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left( -\frac{1}{2} \frac{|y_i - \mu_i(\mathbf{q})|^2}{\sigma^2} \right) \quad (9)$$

と表すことができる。本研究では式(9)を尤度関数として導入する。

## 2. 4 探索領域の決定法

以上より、事後 pdf は以下ようになる。

$$p(q_1, q_2|\mathbf{y}) \propto \prod_{i=1}^K \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left( -\frac{1}{2} \frac{|y_i - \mu_i(q_1, q_2)|^2}{\sigma^2} \right) p(q_1)p(q_2) \quad (10)$$

本研究では式(10)より、事後 pdf を求め、その信頼領域をパターンマッチングの探索領域とすることを提案する。

事後 pdf は、検査モデル  $\mu(\mathbf{q}) = \{\mu_i(\mathbf{q})\}_{i=1}^K$  に基づいて開発された計算機シミュレータを用いて求める。この計算機シミュレータは、マクスウェルの電磁方程式から、 $A-\phi$  法によって電磁界の支配方程式を導出し、有限要素・境界要素併用法によって定式化した数値モデルに基づいており、試験体のサイズ(縦・横・高さ)・き裂の位置とサイズ(深さ・長さ・幅)・コイルの位置と検査範囲等の検査条件を入力することで、検査信号を出力することができる[2]。観測データ  $\mathbf{y}$  と、あるき裂サイズ  $\{\mathbf{q}^i\}_{i=1}^{m \times n} = \{\{q_1^j\}_{j=1}^m, \{q_2^k\}_{k=1}^n\}$  を式(10)に代入していき、 $m \times n$  個の標本を得て、最後に正規化することで事後 pdf を求める。 $\{q_1^j\}_{j=1}^m, \{q_2^k\}_{k=1}^n$  はそれぞれ事前 pdf の区間内の大きさとなる。

本研究では、深さ  $q_1$  を事前 pdf の区間で 20 分割、長さ  $q_2$  を 7 分割する。つまり  $m=21, n=8$  となり、計 168 個の標本から事後 pdf を得る。

## 3. シミュレーション実験

### 3.1 実験環境

事後 pdf は ECT 検査により得られる観測データを利用して求めることになるが、今回は擬似的観測データを利用する。擬似的観測データは、Fig.4 に示すような、縦 22.0[mm]・横 24.3[mm]・高さ 12.0 [mm] の導体中央部の、長さ(縦方向)14.0[mm]・幅(横方向)0.1[mm]・深さ(高さ方向)6.0[mm]のき裂に対して ECT 検査を行った際の観測データを想定したものとする。

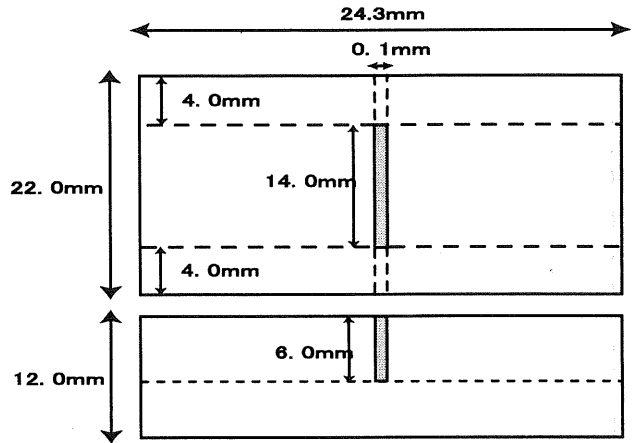


Fig. 4 Size of conductor and crack

導体の透磁率  $\mu_0$  と導電率  $\sigma$ 、き裂内部の導電率  $\sigma_0$  はそれぞれ次の公称値を用いる。

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} [H/m] \\ \sigma &= 1.39 \times 10^{-3} [S/m] \\ \sigma_0 &= 0 [S/m] \end{aligned} \quad (11)$$

使用するプローブのコイルの直径は 1.7[mm]、リフトオフは 0.5[mm]、コイルの巻き数は 470[turn]とする。励磁コイルには 1.0[A]、周波数  $f=100.0$ [kHz]の交流電流を印加すると仮定する。検査はき裂を中心として 18[mm]の範囲で行うとする。

この擬似的観測データを、ECT 検査の数値シミュレーションによる擬似的検査の出力を利用して生成する。つまり、上の条件を設定した上で行った検査シミュレーションの出力に標準偏差 0.01 の無相関のガウス型白色雑音を加えることで擬似的観測データとし、き裂サイズパラメータの事後 pdf を求める。

また、き裂サイズパラメータの事前 pdf に関しては、深さ  $q_1$  は区間(0.0[mm],12.0[mm])の一様分布とし、長さ  $q_2$  は、想定しているき裂の長さ 14.0[mm]の周辺に範囲を絞った、区間(10.0[mm],19.0[mm])の一様分布とする。

### 3.2 測定ピッチ変更による診断の信頼性向上

ECT 検査における測定ピッチを変更することで欠陥寸法計測の信頼性向上を図る。測定ピッチとは ECT 検査における検査間隔、つまりある観測点と次の観測点の間の長さである(Fig.5)。数値シミュレーションによる擬似的 ECT 検査を、試験体・き裂・コイル・検査範囲等の条件は一定にしたままで、測定ピッチだけを変

化させて行っていく。測定ピッチは 1.0[mm]、0.8[mm]、0.5[mm]、0.4[mm]、0.2[mm]、0.1[mm]の6つとし、これにより6つの擬似的観測データを得ることとなる。この6つ擬似的観測データをもとに、それぞれデータを用いた場合の、き裂サイズパラメータの事後 pdf を求める。

事後 pdf は、深さ  $q_1$  ・長さ  $q_2$  による2変量の分布となる。この事後 pdf の信頼領域は面となり、この面積が小さくなるほど分布はより尖った形状になっていく。つまり、事後 pdf の信頼領域を欠陥寸法計測のためのパターンマッチングの探索領域とする場合、信頼領域の面積が小さいほど、より診断の信頼性が高いということになる。そこで、6つの擬似的観測データをもとにした6つの事後 pdf のそれぞれの90%の信頼領域を比較し、測定ピッチの変更による信頼性向上を示す。

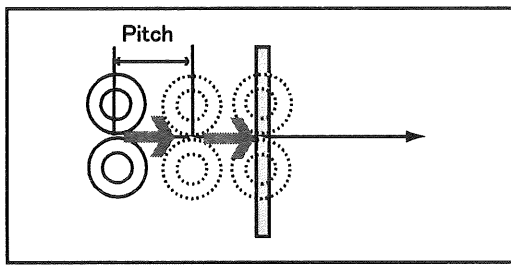


Fig. 5 Pitch of eddy current testing

### 3.3 実験結果と考察

Fig. 6 は、擬似検査の測定ピッチが 1.0[mm]、0.8[mm]、0.5[mm]、0.4[mm]、0.2[mm]、0.1[mm]の場合の擬似的観測データを用いた事後 pdf の、90%の信頼領域を示している。Fig. 6 より、測定ピッチを細かくするほどに信頼領域は小さくなり、診断の信頼性が向上していくことが分かる。

測定ピッチが細かくなれば、検査範囲が一定ならば測定回数は増えることになる。Fig. 7 は測定ピッチごとの信頼領域面積と測定回数を示すグラフである。Fig. 7 より、測定回数が増えれば診断の信頼性は向上するが、一方で検査に要するコストも増加すると言える。信頼性が十分に満たされていれば、不必要にピッチを細かくしてコストを増やしたくないだろう。そこで測定ピッチの観点から見ると、ピッチ 0.2[mm]のときが、冗長なコスト(測定回数)を抑えた最適なピッチであると言える。

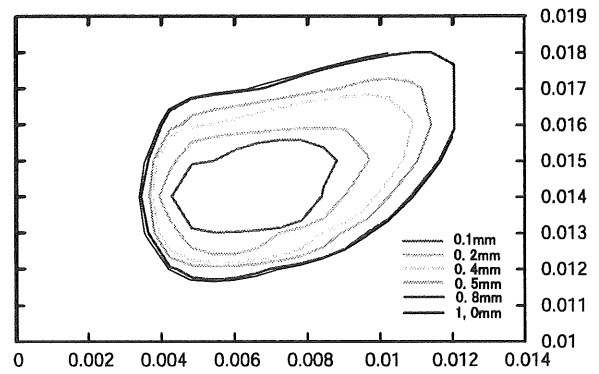


Fig. 6 Comparison of confidence region

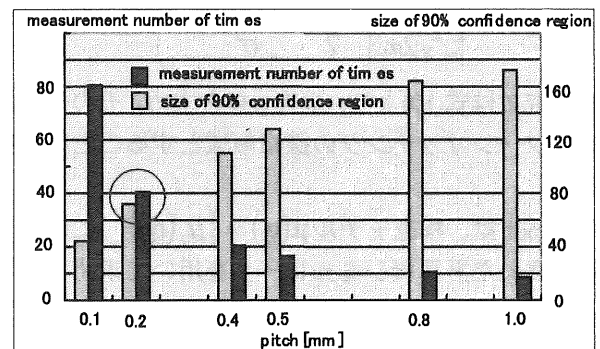


Fig. 7 Size of confidence region and measurement number of times

同様にピッチ以外の検査条件を変更・比較すれば、信頼性を十分満たし、冗長なコストを抑えるという、検査の最適化を行うことも期待できる。

## 4 結言

本稿では、ベイズ推定によるき裂パラメータの事後 pdf の信頼領域を、パターンマッチングの探索領域とする方法を提案した。さらに、検査における測定ピッチを変更することで、診断の信頼性を向上させ、シミュレーション実験の結果として示し、検査の最適化の一例を示した。

## 参考文献

- [1] 繁榊算男、“ベイズ統計入門”、東京大学、2005、pp.42-43.
- [2] 小島史男、河合信弘、“境界要素・有限要素併用法を用いた渦電流探傷法による自然き裂の同定手法”、日本計算数理工学会境界要素法論文集第 21 巻、2004、pp.13-18