

ベイズ更新による故障データの収集・整備と保全合理化

Development of failure data and Maintenance Rationalization by Using Bayesian Updating

秋田県立大学	笠井 雅夫	Masao KASAI	Member
秋田県立大学	草苺 良至	Yoshiyuki KUSAKARI	Non Member
秋田県立大学	能登谷 淳一	Junichi NOTOYA	Non Member
(株)日立システムソリューションズ	西村 央	Hiroshi NISHIMURA	Non Member

Abstract This study represents the evaluation results of the interval estimation for Weibull parameters m and τ by the methods based on the conventional statistics and the Bayesian statistics. The interval estimations by the conventional statistics are not necessarily reliable when a lot of failure data are not available. Both methods provide almost same interval estimation when a lot of failure data are available. This study also represents the evaluation results of the replacement intervals of equipment and/or parts taking into account the interval estimations for Weibull parameters m and τ . The failure data are generated by Monte Carlo simulations since the real failure data can not be available for us.

Keywords : Replacement Interval, Plant Maintenance, Failure Distribution Function, Degree of Belief, Bayesian Estimation Method, Bayesian Updating method, Maximum Likelihood Estimation Method

1. 緒言

現在、高経年化対策とも絡んで、日本の原子力プラントの保全のあり方が幅広く議論されている。保全の合理化には、法的な話や定検の短縮、状態基準保全の導入、保全方式の合理化等といった大きな話題から、保全合理化の数理的手法の開発等々、様々なレベルでの研究・検討が行われている。ここでは、機器/部品類の取替周期の適正化を念頭に置いた数理的な保全合理化について取り上げる。

機器の劣化や損耗に対して適切で経済的な対応を取ろうとすると、機器の故障に伴うリスクや機器の重要度を考慮した科学的アプローチ、科学的データと定量的な解析に基づいた意志決定等が必要になる。機器や部品等の適正な点検/取替周期を決める問題では、点検/取替周期を延長する事によるリスクの増加と、点検/取替周期を短縮する事による保全コストの増加とのバランスを考慮する必要がある。こうしたリスク評価は、基本的には信頼性工学をベースとして解析可能であるが、機器の故障や劣化に関するデータの整備が前提となる。

保全の合理化には、単なる故障率データの他に、故障の特性を表現する故障分布関数のパラメータの推定

が必要である。故障率のデータ整備は着々と進んでいる様子であるが、残念ながら、故障分布関数のパラメータについてはほとんど整備が進んでいない。

故障データとして集められた生データは、分析を経て解析に使えるデータへと整備される必要がある。このための手法として、頻度論に準拠した従来の統計学とベイズ統計学が使われている。特に数少ない故障データからでも、最尤推定法やベイズ推定法等により、故障率や故障分布関数のパラメータを推測できることが示されているが[1]、ベイズ推定法は、一貫したデータセットを収集する事が難しい状況でも、社内試験や異なるプラントあるいは異なる種類のプラント等におけるデータをベースに、少ない実プラントにおけるデータと統合することができるという利点を持っている[2]。しかし、こうした推定にも誤差が付きのことで、この誤差を適切に考慮して最適化を図る必要がある。ベイズ統計では、事後分布という形で故障分布関数などのパラメータの確率密度関数(これを確信度と呼ぶ)を得ることが出来、これを用いる事により、こういった誤差を考慮することができる[2]。この点も、ベイズ手法の持つ利点の1つであろう。一方、従来統計手法では故障率や故障分布関数のパラメータに関する確率密度関数は得られないが、信頼区間推定法がある。

ここでは、従来の統計手法[3]とベイズ統計手法による点推定値および区間推定値を比較し、こうした区間推定値を考慮した最適化手法を検討する。

連絡先：笠井雅夫、〒015-0055 秋田県由利本荘市土谷字海老の口 84-4、秋田県立大学電子情報システム学科
電話：0184-27-2094、e-mail:kasai@akita-pu.ac.jp

2. 故障分布関数のパラメータの区間推定

劣化特性を分析できる実故障データを入手する事は困難なため、ここでは、乱数発生により故障データを作成する事とする。

手順は、先ずパラメータ m 、 τ を仮定し、その故障分布関数(以降、基準関数)から、乱数により故障時刻を求め、そのデータを基に頻度論に基づく方法とベイズ推定法により m と τ の点推定値と区間推定値を求め、それらの解の妥当性を検討する事とした。

基準関数のワイブル分布パラメータを $m = 2.0$ 、 $\tau = 150\text{kh}$ と設定する。また、機器の取替周期 T (作動時間)については、40kh から 120kh まで変化させ、区間推定値を評価した。

ワイブル分布の場合、2つのパラメータ m 、 τ の両方とも未知の場合、両者の区間推定値を求めるのは難しい。ここでは、 m の点推定値が分かっているとして、 τ の区間推定を求めた場合の結果を示す[3]。(1)式の統計量を考えると、 $2S_r / \tau^m$ が自由度 $2r$ の χ^2 分布に従う。即ち、 τ^m の信頼係数 $1 - \alpha$ の両側信頼区間は(2)式で表される。

$$S_r = \sum_{i=1}^r t_i^m + (n-r)T^m \quad (1)$$

$$\left(\frac{2S_r}{\chi^2(2r; \alpha/2)}, \frac{2S_r}{\chi^2(2r; 1-\alpha/2)} \right) \quad (2)$$

一方、ベイズ統計に基づいた区間推定については、ベイズ更新で得られた事後分布を用いて、次の2つの方法で推定した。

(1) 推定法 1

m と τ の事後分布 $f(m, \tau)$ を、 m と τ で積分した下記の2つの密度関数を用いて、(5)式、(6)式を満たす範囲 $[m_l, m_h]$ 、 $[\tau_l, \tau_h]$ を、パラメータ m および τ の区間推定値とする。

$$f_m(m) = \int_0^\infty f(m, \tau) d\tau \quad (3)$$

$$f_\tau(\tau) = \int_0^\infty f(m, \tau) dm \quad (4)$$

$$P(m \leq m_l) = \int_0^{m_l} f_m(m) dm = 0.05 \quad (5)$$

$$P(m \leq m_h) = \int_0^{m_h} f_m(m) dm = 0.95$$

$$P(\tau \leq \tau_l) = \int_0^{\tau_l} f_\tau(\tau) d\tau = 0.05 \quad (6)$$

$$P(\tau \leq \tau_h) = \int_0^{\tau_h} f_\tau(\tau) d\tau = 0.95$$

(2) 推定法 2

m と τ の事後分布 $f(m, \tau)$ のピーク値 m_0, τ_0 を用いて、(7)式、(8)式で定義した範囲 $[m_l, m_h]$ 、 $[\tau_l, \tau_h]$ を区間推定値とする。

$$P(m \leq m_l) = \int_0^{m_l} f(m, \tau_0) dm = 0.05 \quad (7)$$

$$P(m \leq m_h) = \int_0^{m_h} f(m, \tau_0) dm = 0.95$$

$$P(\tau \leq \tau_l) = \int_0^{\tau_l} f(m_0, \tau) d\tau = 0.05 \quad (8)$$

$$P(\tau \leq \tau_h) = \int_0^{\tau_h} f(m_0, \tau) d\tau = 0.95$$

頻度論による方法とベイズ手法による区間推定値の比較を図 1 (a)~(c)および図 2(a)~(c)に示す。

図 1 (a)~(c)は尺度パラメータ τ の区間推定値の例を、図 2(a)~(b)は形状パラメータ m の区間推定値の例を示したものである。区間推定のシミュレーションは 21 回実施しており、その全ての区間推定値がグラフに示されている。機器の作動時間 T が短いほど、故障機器の数は少なく、 $T = 40\text{kh}$ のとき、機器故障数は 100 機器のうち 7 機器程度、 $T = 80\text{kh}$ のときには 25 機器程度、 $T = 120\text{kh}$ のときには 47 機器程度である。

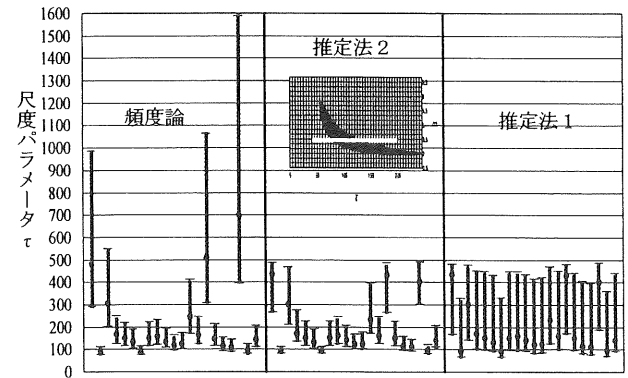


図 1(a) 尺度パラメータ τ の区間推定比較($T = 40\text{kh}$)

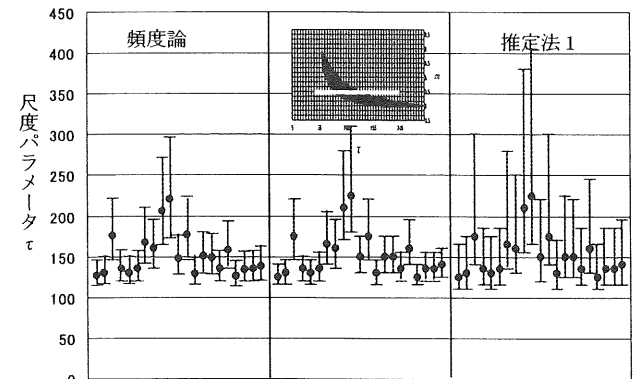


図 1(b) 尺度パラメータ τ の区間推定比較($T = 80\text{kh}$)

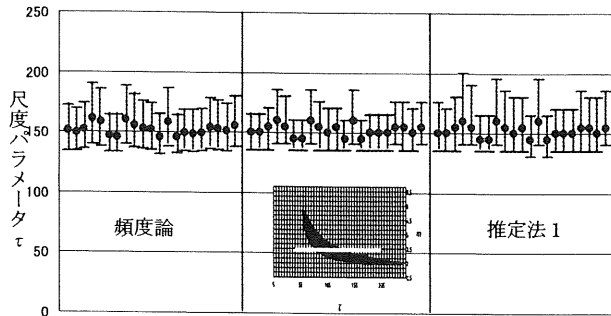


図 1(c) 尺度パラメータ τ の区間推定比較($T = 120\text{kh}$)

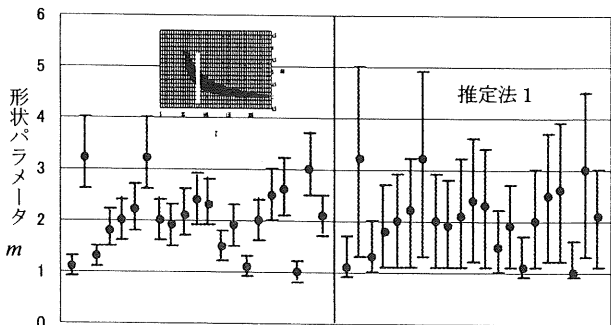


図 2(a) 形状パラメータ m の区間推定比較($T = 40\text{kh}$)

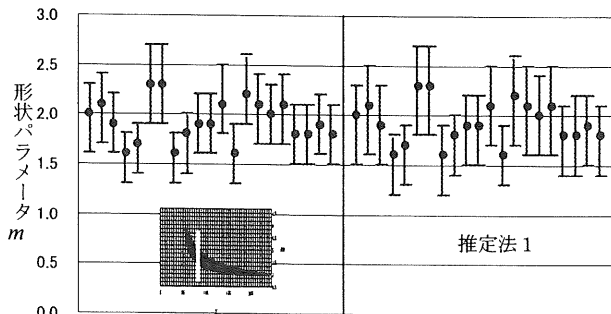


図 2(b) 形状パラメータ m の区間推定比較($T = 120\text{kh}$)

形状パラメータ m の区間推定については、厳密解が見付けられていないため、ベイズ手法による事後分布に基づいて推定している。

今回の試計算では、故障データを基準関数から生成しているため、パラメータ m 、 τ の真値が分かっている。理論的には、図示された区間推定値の範囲内に真値($m = 2.0$, $\tau = 15 \text{ kh}$)が入らないケースは 10%以下になるはずであるが、図から分かるように、機器の作動時間 T が比較的短く、故障機器の数が少ない場合($T = 40\text{kh}$, $T = 80\text{kh}$)には、頻度論に基づく方法と推定法 2 では、10%を遙かに超える頻度で真値を外しているが、推定法 1 では、ほぼ理論通りの結果を得ている。また頻度論に基づく評価結果と推定法 2 による評価結果は非常に良く似ていることも分かる。更に、故障機器の

数が少ない場合、ベイズ手法に基づいた推定法 1 では、他の推定法に比べて区間推定値の幅が大きいという特徴がある。これに対し、 T が長く、故障機器の数が多き場合には、3つの方法による区間推定値はほぼ一致し、区間推定値から外れるケース数もほぼ理論通りになっている事が分かる。

以上より、区間推定値を正しく評価するためには、故障データ数が豊富でない限り、ベイズ手法を使わざるを得ないと判断される。

3. 取替周期の最適化試計算

リスクを適切に評価して取替周期を設定するためには、形状パラメータ m 、 τ の不確定性を総合的に評価する必要がある。そのため、ここでは、年齢取替政策および定時取替政策に基づく取替周期の最適化に与える影響をサンプル計算にて評価する。

最適取替周期は、年齢取替政策の場合と定時取替政策の場合、それぞれ下式により評価される[4]。

(1) 年齢取替政策

年齢取替政策の場合、最適取替周期 T は下式を満たす解である。

$$\frac{\lambda(T) \int_0^T R(t) dt - F(T)}{\lambda(T) \int_0^T R(t) dt - F(T) + 1} = \frac{c_p}{c_c}$$

但し、 $\lambda(t)$ は故障率、 $R(t)$ は信頼度関数、 $F(t)$ は不信頼度関数である。

(2) 定時取替政策

定時取替政策の場合、最適取替周期 T は下式を満たす解である。

$$T \cdot m(T) - M(T) = \frac{c_p}{c_c}$$

但し、 $M(t)$ および $m(t)$ は、それぞれ、再生関数および再生密度関数である。

また、年齢取替政策、定時取替政策の式に共通に現れるパラメータ c_p 、 c_c は、それぞれ、予防保全の費用、機器が故障した場合のリスクを含む総費用である。

サンプル計算に用いる故障データを入手する事は困難なため、ここでも、区間推定の場合と同様、乱数発生により故障データを作成する事とする。

基準とするパラメータを $m = 2.5$ 、 $\tau = 150 \text{ kh}$ と設定する。また、機器の取替周期(作動時間)については、劣

化が進まないうちに交換してしまう現状を考慮し、 $\tau = 150$ kh に対して 40 kh と設定した。この場合、機器数を 100 台とすると、期間 $T = 40$ kh 内に故障する期待数は約 3.6 台となる。このため、ここでは、故障機器数を 4 台とし、4 台の機器の故障時刻を乱数により決定する。

サンプル計算の 1 例をまとめると次のようになる。

点推定値： $m = 2.65, \tau = 136$ kh

区間推定値(90%信頼区間)：

頻度論： 108 kh $< \tau < 193$ kh

ベイズ(推定法 1)： $1.03 < m < 3.64$

86.6 kh $< \tau < 1720$ kh

ベイズによる方法の推定値の方が範囲が広い。

こうした区間推定値の幅が、年齢取替政策および定期取替政策に基づく取替周期にどの程度影響するかを評価した結果の 1 例が、図 3(a)(年齢取替)および図 3(b)(定期取替)である。

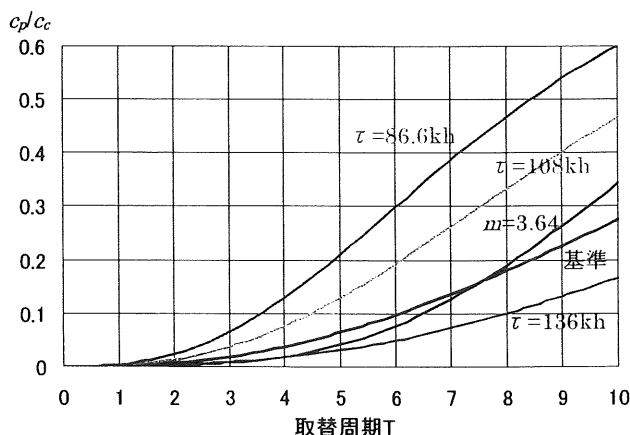


図 3(a) 取替周期最適化の不確定性(年齢取替政策)

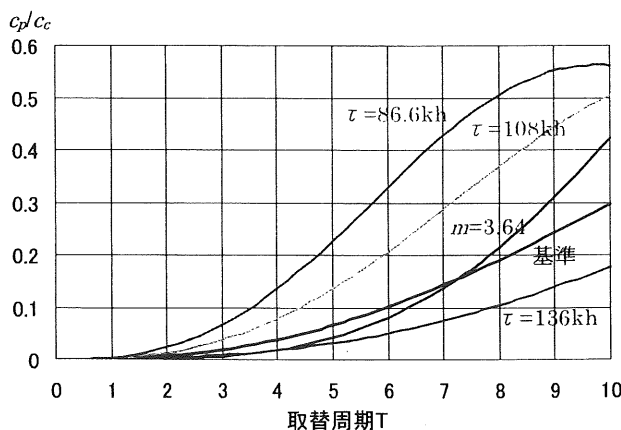


図 3(b) 取替周期最適化の不確定性(定期取替政策)

「基準」と記されたグラフは、謂わば「真」の解を表している。パラメータが図中に記載されていない場合、そのパラメータについては、点推定値の値を用いている事を意味している。例えば、「 $\tau = 86.6$ kh」とのみ記載されたグラフは、「 $m = 2.65, \tau = 86.6$ kh」の値が用いられた事を意味し、「 $m = 3.64$ 」と記載されたグラフは、「 $m = 3.64, \tau = 136$ kh」の値が用いられた事を示す。

本ケースでは、故障データの数は 4 件であり、最適な取替周期は、「真値」と比べてファクター 2 程度の開きが出ている。

4. 考 察

限られた故障データを用いた場合のワイブル分布関数のパラメータについて、モデル計算により、頻度論とベイズ手法による区間推定を行い、両手法の特徴を評価した。その結果、データ数が少ない場合、頻度論による方法では、真値が推定された区間に入らないケースが理論値を遥かに上回る確率で発生する事、また、ベイズ手法を使えば、ほぼ理論通りの確率で真値が推定された区間内に入る事が確認された。一方、データ数が多い場合には、両手法による区間推定値はほぼ一致して来る事も確認された。これらの事から、ワイブル分布関数のパラメータの区間推定には、ベイズ手法を用いる事が強く望まれると結論される。また、データ数が豊富でない場合の区間推定では、頻度論のみの評価で留めるべきでないと判断される。

こうして故障分布関数のパラメータの区間推定を的確に評価すれば、リスクを適切に評価して取替周期を行う事が出来る。

参考文献

- [1] 笠井雅夫, "ベイズ統計を用いた故障分布関数の更新", 日本保全学会, 第 2 回学術講演会, 京都大学, 2005 年 7 月, pp.299-304.
- [2] 繁樹算男著, "ベイズ統計入門", 東京大学出版会
- [3] 三根 久, 河合 一著, 信頼性・保全性の基礎数理, 日科技連, (1984) pp.151-159.
- [4] 笠井雅夫, 他, "保全頻度の数理的取扱いについて", 日本保全学会, 第 1 回学術講演会, 東京大学, 2004 年 7 月, pp.99-104