

ガイド波検査シミュレータの構築とその配管減肉モニタリングへの応用

Development of a Guided Wave Simulator and its Application to Monitoring of Pipe Wall Thinning

神戸大学

古澤 彰憲

Akinori FURUSAWA

Student Member

神戸大学

小島 史男

Fumio KOJIMA

Member

Motivated by growing demand for quantitative nondestructive evaluation of pipe wall thinning, the aim of this paper is to develop a simulator for guided wave analysis. First, an inspection system can be represented by a linear elastic system in cylindrical coordinates. Secondly a dynamical numerical scheme for wave propagation on a pipe wall is proposed based on Fourier-Galerkin approach. Finally, the effectiveness and validity of the proposed method are shown in computational experiments.

Keywords: Inspection, elastic wave, nondestructive testing, finite element method, flaw detection

1. 緒言

現在、原子力プラントの高経年化による配管減肉管理の高度化が求められており、これら欠陥部位の位置、形状を高速、正確に同定する新しい非破壊検査法の開発に関する関心が高まっている。このような要件を満たす非破壊検査法としてガイド波を用いた非破壊検査法が有望視されている。ガイド波とは物理的な境界により形成された導波路に沿って伝播する波動のことである[1]。遠方まで伝播可能である、比較的低速で伝播するなど、原子力プラントのような大規模構造物の高速非破壊検査法として有利な特徴を持つ一方、非常に複雑な挙動で伝播することが知られている。

本研究では配管上を伝播するガイド波シミュレータの構築を行い、ガイド波を用いた非破壊検査法の有効性の確認を行う。また、配管上でのガイド波の挙動を可視化することで、複雑な伝播形態をもつガイド波を視覚的に理解することを可能とする。

2. 支配方程式の導出

2.1 円柱座標系における基礎弾性方程式

必要な座標を Fig.1 の様に定義する。Fig. 1 の座標系を採用すれば、変位成分を (u_r, u_θ, u_z) として、線形ひずみは以下のように定義される。

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}, \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right), \varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right), \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \quad (2)$$

応力成分も円柱座標系に合わせて定義する。

連絡先:小島史男, 〒657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1、神戸大学大学院工学研究科情報知能学専攻、電話:078-803-6493、kojima@cs.kobe-u.ac.jp

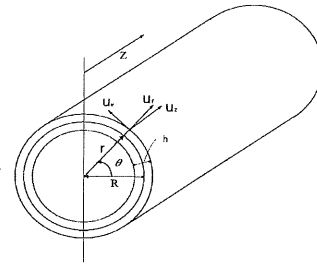


Fig.1: Thin cylindrical shell

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{\theta r} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここから各座標軸方向の運動方程式は、

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} - \rho B_r \quad (4)$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} - \rho B_\theta \quad (5)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - \rho B_z \quad (6)$$

ここで、 (B_r, B_θ, B_z) は磁力である。また、モーメントのつりあいから、

$$\sigma_{\theta\theta} = \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) + 2\mu\varepsilon_{\theta\theta}, \sigma_{\theta z} = 2\mu\varepsilon_{\theta z} \quad (7)$$

が導かれる。応力とひずみの関係は弾性体が等方性であるならば、

$$\sigma_{rr} = \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) + 2\mu\varepsilon_{rr}, \sigma_{r\theta} = 2\mu\varepsilon_{r\theta} \quad (8)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) + 2\mu\varepsilon_{\theta\theta}, \sigma_{\theta z} = 2\mu\varepsilon_{\theta z} \quad (9)$$

$$\sigma_{zz} = \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) + 2\mu\varepsilon_{zz}, \sigma_{zr} = 2\mu\varepsilon_{zr} \quad (10)$$

となる。ここで λ, μ はラメの定数であり、弾性体が等

方性であるとき、ヤング率 E 、ポアソン比 ν を用いて、次のように表される。

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (11)$$

配管厚は径に対して十分小さい場合を考慮して、式(12)から $r \cong R$ と近似出来る。薄い配管上では Kirchhoff 仮説を用いることが出来るので、

$$R - \frac{h}{2} < r < R + \frac{h}{2} \quad (12)$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \cong 0 \quad (13)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) \cong 0 \quad (14)$$

$$\varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \cong 0 \quad (15)$$

と近似出来る[2]。以上より

$$\sigma_{rr} \cong \lambda \left(\frac{1}{R} u_r + \frac{1}{R} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \quad (16)$$

$$\sigma_{\theta\theta} \cong \lambda \left(\frac{1}{R} u_r + \frac{1}{R} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \frac{\partial u_z}{\partial z} + 2\mu \left(\frac{1}{R} u_r + \frac{1}{R} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right) \right) \quad (17)$$

$$\sigma_{zz} \cong \lambda \left(\frac{1}{R} u_r + \frac{1}{R} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (18)$$

$$\sigma_{r\theta} \cong \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - u_\theta \right), \sigma_{\theta z} \cong \mu \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right), \sigma_{rz} \cong \mu \frac{\partial u_r}{\partial z} \quad (19)$$

と近似し、式(16)~(19)を式(4)~(6)に代入し、整理することで以下の式を得る。

$$-\frac{2\mu}{R^2} u_r - \frac{2\mu}{R^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} - \rho B_r \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(\lambda+\mu)}{R} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial \theta} + \frac{(\lambda+2\mu)}{R^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} \\ & + \mu \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} + \frac{2\mu}{R^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \\ & + \frac{2\mu}{R^2} u_\theta = \rho \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} - \rho B_\theta \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(\lambda+\mu)}{R} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z \partial \theta} + \frac{\mu}{R^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} \\ & + (2\mu+\lambda) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - \rho B_z \end{aligned} \quad (22)$$

式(20)~(22)の両辺に ϕ を掛けて θ については 0 から 2π まで、 z については 0 から l まで、 r については $r \cong R$ と近似したことに注意して積分し、

$$u_r(\theta, z)|_{z=0, l=0} = 0, u_r(\theta, z)|_{\theta=0} = u_r(\theta, z)|_{\theta=2\pi} \quad (23)$$

$$\phi(\theta, z)|_{z=0, l=0} = 0, \phi(\theta, z)|_{\theta=0} = \phi(\theta, z)|_{\theta=2\pi} \quad (24)$$

の条件に注意して整理すれば、以下の式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{2\mu h}{R} \int_0^{2\pi} \int_0^l u_r \phi dz d\theta + \frac{2\mu h}{R} \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \phi dz d\theta \\ & + \rho R h \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} \phi dz d\theta = \rho R h \int_0^{2\pi} \int_0^l B_r \phi dz d\theta \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2\mu h}{R} \int_0^{2\pi} \int_0^l u_r \frac{\partial \phi}{\partial \theta} dz d\theta + \frac{(\lambda+2\mu)}{R} \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} dz d\theta \\ & + R \mu h \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial z} dz d\theta \\ & + \frac{(\lambda+\mu)h}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{\partial u_z}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \frac{\partial \phi}{\partial z} dz d\theta \\ & + \rho R h \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} \phi dz d\theta = \rho R h \int_0^{2\pi} \int_0^l B_\theta \phi dz d\theta \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & \frac{h(\lambda+\mu)}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^l \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) dz d\theta \\ & + \frac{\mu h}{R} \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} dz d\theta \\ & + R h (\lambda+2\mu) \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{\partial u_z}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} dz d\theta \\ & + \rho R h \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \phi dz d\theta = \rho \int_0^{2\pi} \int_0^l B_z \phi dz d\theta \end{aligned} \quad (27)$$

3. 数値解析

弾性体の変位 u_r をフーリエ・ガラーキン近似を用いて以下のように再構成する[3]。

$$u_r(t, \theta, z) \cong u_r^N(t, \theta, z) \quad (28)$$

$$\begin{aligned} u_r^N(t, \theta, z) = & \sum_{n=1}^{\hat{N}} u_r^{0n}(t) B_n(z) \\ & + \sum_{m=1}^{\hat{M}} \sum_{n=1}^{\hat{N}} u_r^{mn} \cos(m\theta) B_n(z) \\ & + \sum_{m=1}^{\hat{M}} \sum_{n=1}^{\hat{N}} u_r^{mn} \sin(m\theta) B_n(z) \end{aligned} \quad (29)$$

u_θ, u_z についても同様である。ここで N は z 軸方向の分割数、 $B_n(z)$ は B-Spline 関数、 \hat{N} は B-Spline 関数の数、 \hat{M} はフーリエ級数の上限である。

$$\varphi = B_{n'}(z) + \cos(m'\theta)B_{n'}(z) + \sin(m'\theta)B_{n'}(z) \quad (30)$$

$$n'=1, \dots, \hat{N}, m'=1, \dots, \hat{M}$$

φ を式(30)のように定義し、式(29)及び同様に近似した u_θ, u_z 、(30)を式(25)~(27)に代入する。そこから得られた式をマトリックスを用いて表現すれば式(3.4)が得られる。

$$[\mathbf{C}^N] \{\ddot{\mathbf{u}}^N\} + [\mathbf{K}^N] \{\mathbf{u}^N\} = \{\mathbf{B}\} \quad (31)$$

式(3.4)における各行列は以下になる。ここで、 $N = \hat{N} + 2\hat{M}\hat{N}$ である。

$$\{\mathbf{u}^N\} = \{\mathbf{u}_r^N, \mathbf{u}_\theta^N, \mathbf{u}_z^N\}^T, \quad \{\mathbf{B}\} = \{\mathbf{B}_r, \mathbf{B}_\theta, \mathbf{B}_z\}^T \quad (32)$$

$$[\mathbf{C}^N] = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_r^N & \mathbf{0} \\ & \mathbf{C}_\theta^N \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_z^N \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{K}^N] = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{rr}^N & \mathbf{K}_{r\theta}^N & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{\theta r}^N & \mathbf{K}_{\theta\theta}^N & \mathbf{K}_{\theta z}^N \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{z\theta}^N & \mathbf{K}_{zz}^N \end{bmatrix} \quad (33)$$

時間微分項についてはNewmark- β 法により離散化を行う。すなわち、式(3.4)の微分項を適当な定数 $\gamma \in [0,1], \beta \in [0,0.5]$ を用いて、

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} \equiv \{\dot{\mathbf{u}}\}_t + \Delta t[\gamma\{\ddot{\mathbf{u}}\}_{t+\Delta t} + (1-\gamma)\{\ddot{\mathbf{u}}\}_t] \quad (34)$$

$$\{\mathbf{u}\}_{t+\Delta t} \equiv \{\mathbf{u}\}_t + \Delta t\{\dot{\mathbf{u}}\}_t + (\Delta t)^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \{\ddot{\mathbf{u}}\}_t + \beta \{\ddot{\mathbf{u}}\}_{t+\Delta t} \right] \quad (35)$$

のように近似する。ここで式(34)~(35)を変形し式(31)に代入することで、

$$[\mathbf{C}^N + \beta(\Delta t)^2 \mathbf{K}^N] \{\mathbf{u}^N\}_{t+\Delta t} = \beta(\Delta t)^2 \{\mathbf{B}\}_{t+\Delta t} + [\mathbf{C}^N] \left[\{\mathbf{u}^N\}_t + \Delta t\{\dot{\mathbf{u}}^N\}_t + \left(\frac{\beta}{2} - 1 \right) (\Delta t)^2 \{\ddot{\mathbf{u}}^N\}_{t+\Delta t} \right] \quad (36)$$

$$\{\ddot{\mathbf{u}}^N\}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \left[\{\mathbf{u}^N\}_{t+\Delta t} - \{\mathbf{u}^N\}_t - \Delta t\{\dot{\mathbf{u}}^N\}_t - \left(\frac{\beta}{2} - 1 \right) (\Delta t)^2 \{\ddot{\mathbf{u}}^N\}_t \right] \quad (37)$$

$$\{\dot{\mathbf{u}}^N\}_{t+\Delta t} = \{\dot{\mathbf{u}}^N\}_t + \gamma \Delta t \{\ddot{\mathbf{u}}^N\}_{t+\Delta t} + (1-\gamma) \Delta t \{\ddot{\mathbf{u}}^N\}_t \quad (39)$$

の式を得る。式(36)~(39)に初期条件を与えることで解を得る。

4. 出力および可視化

シミュレーション実験における物理定数を Table.1 に、各パラメータの設定を Table.2 に示す。ここで nz は z 方向の分割数、 npt は θ 方向のモード分割数、 nt は時間分割数、 nth は θ 方向の分割数、 $rout$ は配管の外径、 rin は配管の内径、 $length$ は z 方向の長さ、 fq は加振周波数、 tf は計測時間、 $power$ は加振強度、 hl は配管の左端から減肉端までの距離、 hr は配管の右端から減肉端までの距離、 $depth$ は減肉深である。シミュレータの入力には式(20)~(22)において $B_r = B_z = 0$ とし、 B_θ のみ与えることにする。

Table 1 SUS304 Physical constant

密度 [kg/m ³]	ラメ定数	剛性率 [N/m ²]
7.98E+3	102.75E+9	68.5E+9

Table 2 Parameter setting of division number in the simulation experiment

nz	npt	nt	nth	$rout$ [m]
500	32	16	16	0.20
rin [m]	$length$ [m]	fq [kHz]	tf [sec]	$power$ [N]
0.18	3.0	30	0.5E-3	1.0E+6
hl [m]	hr [m]	$depth$ [m]		
1.0	3.5	0.016		

Fig.2 にシミュレーション実験に用いた配管と配管減肉のモデルを、Fig.3 には加振点と減肉部位の位置を示す。また、Fig.3 中の赤い部分が励起されたガイド波を表している。励起されたガイド波は両減肉端で反射する。Fig.4 における primary reflected wave が減肉右端より、secondary reflected wave が減肉左端からの反射波である。これら反射波の Time Of Flight(TOF)から減肉幅が、また反射波の信号強度から減肉深さが推定できると考えられる。

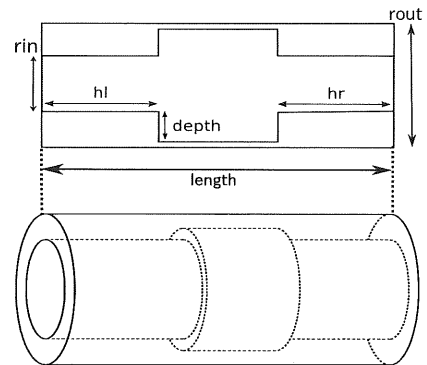


Fig.2 Model for simulation: A pipe wall thinning

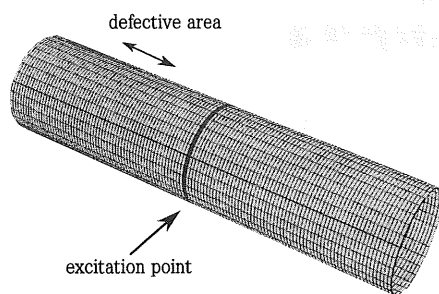


Fig.3 View of position of excitation point and defective area

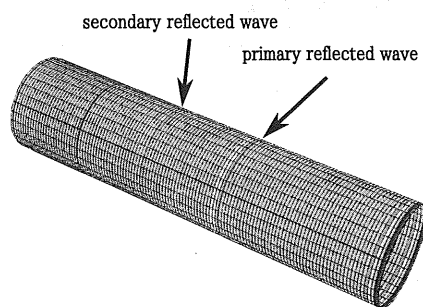


Fig.4 Snapshot of a guided wave propagating in pipe

5. 結言

配管上を伝播するガイド波シミュレータの構築と出力の可視化を行った。これによりガイド波の挙動を数値的、視覚的に理解することが可能となった。今後の課題はガイド波の配管内部での挙動を解析することである。そのために配管厚を考慮した数学モデル、要素数増大に対応させるための高速・大容量な並列分散環境、および並列分散環境上に対応したアルゴリズムについて現在検討中である。

謝辞

本研究は経済産業省原子力安全・保安院の「平成 20 年度高経年化対策強化基盤整備事業」において実施した研究であることを記し、関係各位に深甚の謝意を表す。

参考文献

- [1]John G. Harris “Linear Elastic Waves”, Cambridge University Press, 2001, pp.121-157
- [2]H.T.Banks, R.C.Smith, and Y.wang, “Smart Material Structures”, John wiley&Sons Ltd., 1996,pp.27-35
- [3]F.C.H. del Rosario, R.C.Smith “Spline Approximation of Thin Shell Dynamics”, International journal for numerical methods in engineering, vol.40, 1997, pp.2807-2840