

非線形識別手法による回転機音響監視の高度化

Improvement of Acoustic Monitoring of Rotating Machine by non-linear classification method

会津大学コンピュータ理工学部 兼本 茂 Shigeru KANEMOTO Member

The acoustic data remotely measured by handy type microphones are investigated for monitoring and diagnosing the ball bearing type rotational machine integrity in nuclear power plants. The present study evaluates the state-of-the-art statistical signal processing and machine learning methods from the viewpoints of both sensitive and robust acoustic signal discrimination capability. The methods consist of feature extraction s such as Fourier transformation or Cepstrum analysis, feature vector dimension compression by PCA or Kernel-based PCA, and, classification models by Probabilistic neural network (PNN) or support vector data description (SVDD). The performance of each algorithm is evaluated by experimentally measured acoustic data using mock-up test facility of roll bearing type rotating machine.

Keywords: Acoustic monitoring, Kernel-based PCA, Probabilistic neural network, SVDD

1. 緒言

新検査プログラムの開始に伴って、状態監視保全 (CBM)の役割はますます大きくなっていく。その際、振動、温度、油分析といういわゆる3種の神器による詳細な機器状態の監視手法が焦点となっているが、それを補完する活動として、パトロールなどでの音響を用いた遠隔からの俯瞰的な監視も重要であろう。この音響による監視は運転員の経験に基づく定性的判断でもあり、その客観化・定量化が可能であれば、より精度のよい状態監視に寄与できることになる。しかしながら、遠隔・非接触で計測される音響情報は、複雑な音響伝播過程を経て、変調・劣化した形で計測されるため、診断に際しての障害となることがしばしばある。このため、このため、本来の機器状態に関する情報を抽出・定量化するための高度な信号処理技術の導入が欠かせないと考える。

このような背景から、著者は、各種の信号処理法を組み合わせた音響信号の自動分類問題に取り組んできた。[1-3] ここでは、音響信号を用いた異常監視性能は、信号の前処理手法(特徴抽出法)や状態分類手法に大きく依存し、これらをうまく組み合わせることで大きく異常検出感度を向上できることが明らかにされている。一方で、機器の運転状態や運転環境に依存して、計測信号の表面的な形が異なってくるため、環境変化に影響されないロバストな状態監視手法も重要であることが指摘されている。

これらの研究の継続として、本稿では対象とする音響データベースをさらに拡充し、新たな信号前処理法

(特徴抽出法)と状態識別法(分類法)を組み合わせた監視手法を提案する。さらに、これらの手法の適切な組み合わせによって、高感度でロバストな異常監視が可能であることを示す。特徴抽出法では、音声認識分野での信号処理法であるケプストラム解析などの利用を試みている。また、状態識別法では、従来提案してきた確率ニューラルネットワーク(PNN)[4]の他に、Support Vector Data Description(SVDD)[5]を導入し、両者の識別性能の比較を行った。これらは、1クラス分類問題として、正常状態のみのデータから識別クラスを構成し、外れ値(Outlier)や特異値(Novelty)を検出するという問題を扱っており、今回のような異常監視問題に適している手法といえる。

著者は前報[1-3]で転がり軸受け異常模擬試験装置を用いて計測したデータでの検証結果を報告しているが、本報では、同様の試験装置を用いて新たに音響データの計測を行い、前記の状態識別法の性能評価を行った。

2. 信号処理手法

2.1 特徴抽出法

音響信号を用いた状態識別に際しての特徴抽出法としては、多くの場合、周波数分析により得られる自己パワースペクトル密度(APSDF)が用いられる。類似の研究分野である音声信号処理分野では、音声認識(Speech Recognition)や話者認識(Speaker Recognition)のための特徴抽出として、人間の心理的な認知特性を反映して、APSDFの振幅や周波数を対数変換した特徴量や、対数APSDFの逆フーリエ変換により求めるケプストラムのような特徴量が用いられ、認識性能はこれ

らの特徴抽出法に大きく依存するといわれている。本研究では、これらの研究を参考に、以下の特徴抽出法を用いる。

(a) 対数 APSD(log-APSD)

今回の試験では、音響データを 48kHz サンプリングで収集している。一方、今回用いる試験用回転機の基本周波数が 1400RPM(23Hz)であることを考慮して、32768 点単位でフーリエ変換すると、 $\Delta f = 1.5\text{Hz}$ 分解能での APSD が得られる。しかしながら、特徴空間の次元が 16385 次元となり、そのまま識別に用いるには次元数が大きくなりすぎる問題があり、何らかの次元縮約の工夫が必要である。振幅軸に関しては、人間の値獲得性を考慮して対数変換をして利用した。

(b) メルスケール APSD (Melscalse-APSD)

メルスケールの周波数軸は、人間の知覚特性を考慮したスケールとしていくつかの定義が音声認識の分野でなされているが、ここでは、下記の変換を用いた。

$$m = 1127 \times \log_e \left(1 + \frac{f}{700} \right) \quad (1)$$

今回の場合、このスケール変換により、16385 次元を 512 次元に縮約して用いている。振幅については、前項と同様に対数変換して用いる。

(c) ケプストラム (Cepstrum)

ケプストラムは、音声認識でよく用いられる特徴抽出法であるが、音声の観測周波数スペクトル $X(\omega)$ が、音源の周波数特性 $G(\omega)$ と声道の周波数特性 $H(\omega)$ の積で与えられることを考慮し、振幅の対数変換の逆フーリエ変換として下記のように定義される。

$$c(\tau) = \mathcal{F}^{-1} \log |X(\omega)| = \mathcal{F}^{-1} \log |G(\omega)| + \mathcal{F}^{-1} \log |H(\omega)| \quad (2)$$

ここで、 τ はケフレンシ (quefreny) と呼ばれるインデクスであるが、これの低ケフレンシ側、即ち、低次元側のケプストラムは、対数スペクトルの包絡線に対応しており、微細構造を持つ音源のスペクトルではなく、声道の伝達特性、即ち、発音に対応するため、音声認識の精度が向上するとされている。本稿では、このケプストラムの低ケフレンシ側の 512 点を特徴量として用いる。

(d) 包絡波形の APSD(Overall-APSD)

回転機の診断では、加速度信号を包絡処理し、その周波数変換により求めた overall-APSD をしばしば用いる。転がり軸受けでは、基本回転周期 N とその高調波

が異常原因の推定に役立つ。この高調波は、軸受け内の傷の内外輪やボールの接触により発生するため、内外輪やボールのサイズで与えられから数に関係して与えられる。この高調波を精度よく求めるため、48kHz サンプリングの生データを、50 点単位で包絡処理し、そのフーリエ変換により APSD を求めた。この APSD の最大周波数は 480Hz であり、前述の回転機の基本周波数 23Hz の 20 倍までをカバーしている。

2.2 次元縮約

前記の特徴ベクトルは、生波形に比べると大きく時限が縮約されているが、それでも、512-16835 の大きな次元となる。この空間での状態識別も可能であるが、ここでは、状態の可視化のためにいくつかの次元縮約法を提案する。ここでは、可視化の容易さを考慮して、2次元空間への縮約で状態の分離可能性を議論する。

(a) 主成分分析による縮約

特徴量の次元を IP 、学習データとして与えられるサンプル数を M として、 $\{x(i,m), i=1,IP, m=1,M\}$ を特徴量とする。このとき、特徴空間での相関関数は

$$\bar{C} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M x(m) \cdot x(m)^T \quad (3)$$

で与えられ、この固有値解析により IP 個の固有値と固有ベクトル V を求めることが出来る。このとき、 M 個の特徴ベクトルの、 k 番目の固有ベクトルへの射影値 (主成分スコア値) は

$$z_k(m) = V^{(k)} \cdot x(m) \quad (4)$$

となる。主成分分析による方法では、 IP 個の固有ベクトルから選んだ少数個 (K 次元) の射影データ $z_k(m)$ ($k=1,K$) を特徴ベクトルとする。さらに、この中から識別性能の最も良い二つの固有ベクトルを選ぶことで、二次元空間での状態表示を行う。

(b) 非線形主成分分析 (KPCA) による縮約

Kernel PCA(KPCA)[6]は、主成分分析の非線形空間への拡張である。ここでは、 $x \rightarrow \Phi(x)$ という非線形変換を考え、この変換関数 $\Phi(x)$ を明示的に定義せず、その内積のみをカーネル関数として定義する。本報告では、下記の Gaussian Kernel を用いている。

$$K(x_i, x_j) = \langle \Phi(x_i) \cdot \Phi(x_j) \rangle = \exp\left(-\frac{|x_i - x_j|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

このカーネル空間での相関関数は、(3)式の代わりに、

下記のように定義される。

$$\bar{C} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \langle \Phi(x_m) \cdot \Phi(x_m)^T \rangle \quad (6)$$

この固有ベクトルを V とすると、この V は、 M 個の非線形空間でのデータ $\Phi(x(m))$ で張られる空間にあることから、次の関係式が成り立つ。

$$\lambda < \Phi(x_m) \cdot V \rangle = < \Phi(x_m) \cdot \bar{C} V \rangle \quad (m=1, M) \quad (7)$$

$$V = \sum_{m=1}^M \alpha_m \Phi(x_m)$$

ここで定義した M 次元ベクトル α は、(5)、(7)式より、

$$M\lambda\alpha = K\alpha \quad (8)$$

を満たすので、この固有値解析によって固有ベクトル V が得られる。データ x の非線形空間での値 $\Phi(x)$ の、 k 番目の固有ベクトルへの射影値は、以下のように計算できる。

$$z_k = \langle V^{(k)} \cdot \Phi(x) \rangle = \sum_{m=1}^M \alpha_m^{(k)} \langle \Phi(x_m) \cdot \Phi(x) \rangle \quad (9)$$

これが、(4)式に相当するカーネル空間でのスコア値である。従って、前節と同様の手続きで2次元のスコア値を選ぶことで状態の可視化が可能になる。線形の主成分分析では、固有ベクトルの数が、データの属性値の次元 IP を超えられないが、KPCA では、学習データ数 M まで可能になる。例えば、入力となる特徴ベクトルが2次元の場合、主成分分析では、二つのスコア値しか求まらないが、KPCA では、データ数に応じたスコア値を求めることができ、より詳細な状態識別が可能になる。

(c) Heuristic Search による次元縮約

2.1 節で定義した多次元の特徴ベクトルから、任意の2軸を選ぶことで、二次元空間での状態可視化ができる。この2軸を、 F_i 、 F_j としたとき、選択した空間での正常データと異常データとの Maharanobis 距離を用いて、以下のような評価尺度を定義する。

$$C(F_i, F_j) = D_{NA}(F_i, F_j) - D_{NN}(F_i, F_j) - D_{AA}(F_i, F_j) \quad (10)$$

ここで、 $D_{NA}(F_i, F_j)$ は Maharanobis 距離で以下のように定義される。

$$D_{NA}(F_i, F_j) = (\mu_A^{(i,j)} - \mu_N^{(i,j)})^T (\Sigma_A^{(i,j)} + \Sigma_N^{(i,j)})^{-1} (\mu_A^{(i,j)} - \mu_N^{(i,j)}) \quad (11)$$

‘N’ と ‘A’ は、それぞれ、正常と異常のインデクス

であり、学習データとして、運転状態の異なる複数の正常、異常クラスのデータが準備されていることを仮定している。 μ と Σ は、それぞれ、各状態の平均と分散を示す。この(10)式は、特徴空間内で、正常と異常状態が離れており、また、正常状態同士、異常状態同士の距離が小さいほど大きくなる。

(10)式を最大化するインデクス (i, j) を見つけることで、運転状態に左右されず、正常と異常のみを識別する最適な観測量を求めることができる。この最大化は、500 次元程度の特徴空間から二つのパラメータを捜すのであれば、全ての組み合わせを探索できるが、これ以上の次元となると、全組み合わせ探索は困難となるため、本研究では、Particle Swarm Optimization(PSO)も利用している。これは、ランダム探索に近い手法で、必ずしも、最適な解が獲られない場合もあるが、大きな空間内で比較的良好な結果が安定して得られる。

2.3 状態識別

統計的識別法の多くは、音声認識や文字認識のように、学習データとして準備された複数の既知のクラスのどれに該当するかを識別する多クラス分類問題として扱われている。一方、今回対象としているような異常監視では、正常時のデータしかない場合が多く、そこからの有意な偏差(特異値)を識別するという1クラス分類問題として扱う必要がある。場合によって、少数の異常データの蓄積がある場合、それを用いた識別アルゴリズムの改良も可能である。ここでは、1クラス分類問題の2つの手法の適用を試みその性能を比較する。

(a) 確率ニューラルネットワーク (PNN) による識別

PNNは混合ガウス分布の確率密度関数を識別関数とするもので、以下で定義される[5]。ここで、 x_{ij} は、 j グループに属する ($i=1, n_j$) 個の特徴ベクトルであり、平滑化パラメータ σ を用いたガウス関数の和で次式のように識別関数を計算する。

$$f_j(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{p/2}} \cdot \frac{1}{n_j} \cdot \sum_{i=1}^{n_j} \exp\left[-\frac{(x-x_{ji})^T(x-x_{ji})}{2\sigma^2}\right] \quad (12)$$

この確率が、ある閾値以下かどうかで、特徴パターン x がグループ G_j に属するかどうかを判断できる。

(b) SVDD による識別

SVDDは、1クラス分類問題として利用されている[5]。本論文で対象としているような異常監視

の場合、通常は、正常時のデータしか観測されないことが多く、そこからの有意な偏差（特異値）を検出することが必要とされる。このための方法として、特徴空間における正常クラスのデータを全て包絡する球体を求める方法がある。 N 個の正常データを x_i ($i=1, N$)、球体の中心を a 、半径を R としたとき、下記の関数を最小化することで最小の球体（中心 a 、半径 R ）が得られる。

$$\min_{R, a, \xi} R^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \quad (13)$$

$$s.t. \quad (x_i - a)^T (x_i - a) \leq R^2 + \xi_i, \xi_i \geq 0, (i=1, \dots, N)$$

ここで、球体からの多少のはずれを許容するためスラック変数 ξ_i を導入しており、係数 C は、許容の程度を制御するトレードオフパラメータである。これを具体的に解くために、制約条件を考慮した双対問題に変換するが、これが、特徴ベクトルの内積だけで構成されていることを利用し、SVDD では、(6) 式のカーネル関数を用いたカーネル空間での次字形核問題による最適化を行う。

$$\min_{\alpha} \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j K(x_i \cdot x_j) - \sum_i \alpha_i K(x_i \cdot x_i) \quad (14)$$

$$s.t. \quad 0 \leq \alpha_i \leq C, \sum_i \alpha_i = 1,$$

得られた解のうち、 $\alpha_i=0$ に対応する x_i は球体の内部に存在し、 $0 < \alpha_i < C$ に対応する x_i は球体の境界線上に存在するサポートベクタとなり、 $\alpha_i=C$ では、球体の外部に存在することになる。このとき、球体は元の空間では複雑な形状の多様体となり、その内部にあるかどうかを判断する識別関数は、以下のように求められる。

$$f(x) = R^2 - \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j K(x_i \cdot x_j) + \sum_i \alpha_i K(x_i \cdot x) - K(x \cdot x) \quad (15)$$

これが、前項の (12) 式に対応する SVDD の識別関数になる。

3. 適用結果

3.1 試験装置とデータ測定

転がり軸受けの状態監視は多く報告されているが、加速度計による計測がほとんどであり、マイクを用いた遠隔からの状態監視はあまり報告されていない。マイクによる監視は、加速度計に比べて監視精度が劣るという欠点はあるが、簡便であり、非接触で広域の情報が取れることから、状態監視においては重要な役割

を担うと考えられる。また、パトロール時の運転員の定性的判断をより定量化できれば状態監視の手段としてより有用なものにできる。ただ、マイクを用いて計測したデータは、音源との距離が不定で信号強度が相対値としてしか取れないため、それを考慮した信号処理が必要である。さらに、遠隔からの計測情報であることから、観測ノイズの混入によって本質的な特徴が隠されてしまうことも多く、より精密な信号処理・特徴抽出手段が望まれる。

本稿では、このような背景の下に、Fig.1 に示した転がり軸受けの模擬試験装置で収集した音響データを用いて、状態識別方法の検討を行う。これらのデータは、前報[1-3]と類似であるが、今回、新たに測定をなおした。今回計測した試験データは、正常時 3 種 (NN、NN2、NN3 と略記)、内輪傷 3 種 (大、中、小の傷を InL、InM、InS と略記)、玉傷 1 種 (Ball)、ミスアライメント (MA)、アンバランス (UB) であり、図に示したような音響マイクを用いて 48kHz のサンプリング周期で、各 10 秒間のデータを 30 回採取した。また、これらのデータは、運転速度の変化に対する識別のロバスト性を評価するため、5 通りの異なる回転数 (1435, 1301, 1209, 1107, 1004RPM) で計測した。

計測データの一例として、正常運転時 (NN) と内輪傷大 (InL) の全データ (5 種の回転速度 * 30 ケース) の Melscale-APSD の比較を示しておく。

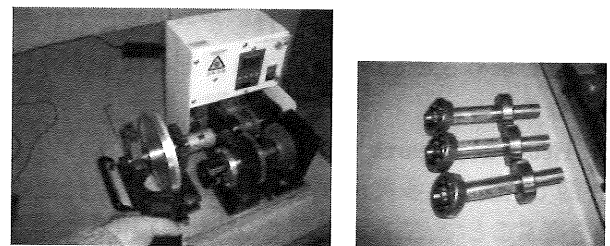


Fig.1 Mock facility of rolling bearing and simulated failures bearing modules

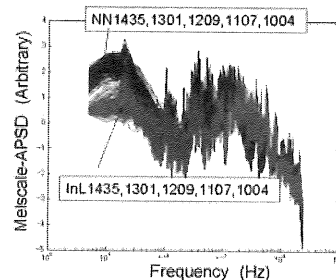


Fig.2 Melscale-APSD of Normal and Inner defect (InL) states (5 conditions*30 case plots are overlapped)

3.2 状態識別性能の評価

前記の計測データの中で、のように学習データと検証データを仮定して状態識別性能評価する。ここで、正常な検証データは、異なる運転状態でのデータを正しく識別するロバスト性能の確認のため、異常状態の検証データは、識別感度の確認のために用いる。

- (1) 学習データ：NN1435,1209,1004
 - (2) 検証データ（正常）：NN1301,1107
 - (3) 検証データ（異常）：InL1435,1301,1209,1107,1004
- 正常状態のモデルは、2.1、2.2節で述べた特徴抽出と次元縮約を行ったうえで、さらに、可視化のため、2次元の特徴量に絞り込む。この際、(10)式で定義した Maharanobis 距離 (M.D.) を用いて、識別性能を最適化するが、その際には、検証データとして準備した異常データも利用している点に注意されたい。

Table 1 には、評価結果の一覧を示す。表内で、M.D.(N-A)と記載した数値が、学習データと検証データ (InL) の Maharanobis 距離、M.D.(N-N)と記載した数値が正常な学習データと検証データの距離である。前者が大きいほど、また、後者が小さいほど、高感度でロバストな識別性能を持っているといえる。表内で Comb と記載した数値は、選択した特徴量のインデクスである。PCA,KPCA については、大きい固有値から6次までを特徴量として求め、さらに、その中の任意の2組の組み合わせで、(10)式を最大にするものを示しているが、参考のため、1,2次主成分を選んだ場合の評価結果も示してある。Heuristic Search については、約500次元の特徴ベクトルの二つの成分の全組み合わせを(10)式で評価し、最大のケースを示してある。また、LogAPSD については、成分数が16385に及ぶため、全組み合わせ探索は困難なので、PSOを用いたランダム探索を行った結果をしめしてある。

表より下記のような特徴が分かる。

- 1) Cepstrum による特徴抽出は全般に良い結果を与える。PCA で最適成分(1,4)を用いなくとも、固定の(1,2)組み合わせでも良い識別性能が得られる。
- 2) Melscale-APSD は、Heuristic Search で周波数成分をうまく選ぶか、PCA で適切な主成分(5,6)を選べばよい結果が得られる。しかしながら、PCA で適切な成分を選ばなかった場合、識別性能が

大きく低下する。

- 3) Overall-APSD は、全般に識別性能が良くない
- 4) Log-APSD は、適切な周波数を選べばよい識別性能が得られる。
- 5) KPCA は、最適成分の選択にはあまり依存せず安定した識別性能が得られやすい。

参考に、Fig.3 に、ケプストラムと KPCA による特徴抽出をした際の分類結果を示しておく。ここでは、6次までの固有値を求め、さらに、その中の2成分の組み合わせで、(10)式を最大化する組み合わせを表示してある。青の点で示したものが学習データであり、緑の○が正常の検証クラス、赤の×が異常の検証クラスである。等高線で示した分布は、SVDD による正常クラスを中心からの距離である。正常クラスでは、回転数が変化している場合も、正しく識別しており、また、異常のクラスの変化を感度よく識別していることが分かる。

Table 1 Summary of classification results

Feature Vector	PCA			KPCA			Heuristic Search		
	M.D. (N-A)	M.D. (N-N)	Comb	M.D. (N-A)	M.D. (N-N)	Comb	M.D. (N-A)	M.D. (N-N)	Comb
Cepstrum	13.54	0.02	(2,4)	136.06	0.25	(1,4)	49.28	0.02	(7,2)
Cepstrum	9.17	0.01	(1,2)	128.51	0.22	(1,2)	-	-	-
Melscale-APSD	11.26	0.1	(5,6)	75.33	0.89	(1,5)	133.36	0.22	(286,243)
Melscale-APSD	0.89	0.01	(1,2)	66.16	0.69	(1,2)	-	-	-
Overall-APSD	0.73	0.19	(1,4)	2.63	0.96	(1,2)	4.93	0.03	(266,1)
log-APSD	-	-	-	-	-	-	52.82	0.02	(184,754)

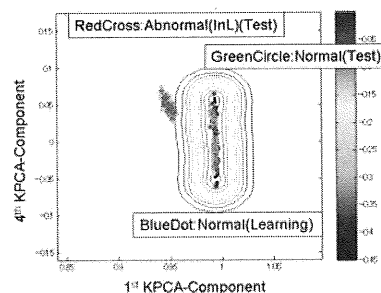


Fig.3 Classification by Cepstrum and KPCA (1st and 4th components)

次に、識別性能として、PNN と SVDD の性能比較をするために、もう少し微妙な故障事例 (内輪傷小、InS) を用いた検証を行った。Fig.4,5 は、ケプストラム解析の PCA 第2、第4主成分の結果を示したものである。このとき、PNN と SVDD による正常クラスの識別関数は(12)(15)式で与えられるが、その結果を等高線、ならびに、3次元分布として図内に示している。モデル化の際のパラメータにも依存するが、SVDD では、学習クラスの周辺のサポートベクター

に依存して複雑な境界で、中央部が平坦になっているのに対し、PNNでは、密度の高い内部の学習データの重みが寄与して、境界の形があいまいになっている。識別性能を評価するため、閾値を下記のように正常クラスの最小 (False Alarm の境界) と異常クラスの最大 (Miss Alarm の境界) の平均値と仮定した。

$$\varepsilon = \{\min f(x_{Normal}) + \max f(x_{Abnormal})\} / 2 \quad (16)$$

このとき、SVDDでは、正常 150 サンプル、異常 150 サンプルのデータに対して、False/Miss Alarmともゼロであったのに対して、PNNでは、2個の False Alarm、6個の Miss Alarm という結果となった。

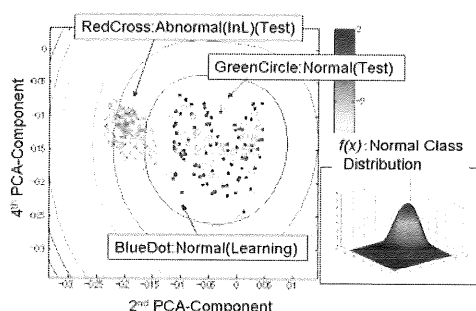


Fig.4 Classification by PNN using Cepstrum and 2nd and 4th PCA components,

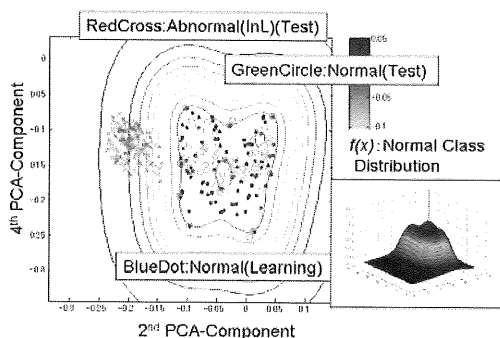


Fig.5 Classification by SVDD using Cepstrum and 2nd and 4th PCA components,

4. 結言

音響マイクを用いた転がり軸受けの異常監視のために非線形状態識別法の検討を行った。音声認識や機械学習の分野で用いられている最新の状態識別法を適用し、高感度で、かつ、回転体の運転速度の変化に影響されないロバストな識別手法の可能性を示した。

もちろん、対象とする異常事象にも依存するが、多様な信号処理アルゴリズムを適材適所で組み合わせて用いることは有意義であるといえよう。

音響監視は、監視の容易性という点で有用であるが、監視精度 (保全に結びつく異常をどの程度正確に評価できるか) や、判断基準 (保全の必要性を判断する基準) を明確にすることが、必ずしも容易ではない。そのためには、故障・劣化データの蓄積と同時に、本報で述べたような多様なデータ処理法に関する研究が重要となると考えられる。

謝辞

本研究で用いた模擬試験装置は (株) 東芝より借用したものである。尽力頂いた東芝の清水氏、日隈氏に感謝の意を表す。

参考文献

- [1] S. Kanemoto, "Sensitivity Enhancement of Acoustic Monitoring Using Kernel PCA and Probabilistic Neural Network", NPIC&HMIT 2009, Knoxville, Tennessee, April 5-9, 2009.
- [2] S. Kanemoto, "Acoustic Monitoring Using Kernel PCA and Probabilistic Neural Network", 7th International Conference on NDE, Yokohama, Japan, May 12-14, 2009
- [3] 玉置哲男、榎本光広、兼本 茂、日隈幸治、永森明、「主成分分析と確率ネットワークによる音響診断」、第2回評価・診断に関するシンポジウム、日本機械学会 (2003.12)
- [4] D.F.Spect: Probabilistic Neural Networks for Classification, Mapping, or Associative Memory, Proc. IEEE Int. Conf. On Neural Networks, Vol.1, pp525-531 (1988).
- [5] D. Tax and R. Duin, "Support vector data description", Machine Learning, vol.54, p.45-66(2004).
- [6] B. Scholkopf, A. Smola, K.R. Muller, Nonlinear Component Analysis as a Kernel Eigenvalue Problem, Neural Computation, 10, p.1299-1319(1998).
- [7] S. Furui, "Acoustic and Speech Engineering", Kindai-kagaku-sha, 1992.