

FDTD 法を用いたガイド波検査シミュレータの構築とその非破壊検査への応用

Development of Guided Wave Simulator using FDTD method and its Application to Nondestructive Testing

神戸大学大学院	小島 史男	Fumio KOJIMA	Member
神戸大学大学院	古澤 彰憲	Akinori FURUSAWA	Student Member
神戸大学大学院	長谷 一輝	Kazuki HASE	Student Member

This paper is concerned with development of guided wave simulator on piping diagnostic system. First, a mathematical model of inspection procedures is described by a set of dynamical linear elastic equations in three spatial dimensions. Secondly, the numerical scheme of the inspection model is given by using FDTD method. Finally, some numerical experiments are shown in order to assure the applicability of the proposed scheme to piping test.

Keywords: Simulation, Identification, Nondestructive testing, Numerical analysis

1. 緒言

現在、原子力発電プラントを安全に運転するために、JSME 配管減肉管理に関する技術規格に基づき超音波探傷による配管厚さ測定が定期的に行われている。超音波探傷による従来の検査方法は、高い周波数を利用することで小さな欠陥に対する検出感度は高いが、検査効率の面で問題を有している。そこで、プラント内配管に対する迅速な定期点検を行う検査技術として、超音波ガイド波を用いた非破壊検査技術が注目されている。

ガイド波とは薄肉構造体中を長手方向に伝わる超音波の総称で、エネルギーの散逸が少なく長距離を伝搬するという特徴を持つ[1]。このようなことから、長大な構造物に対して瞬時にくまなく非破壊評価を行う手段として注目を集めている。しかし一方で、ガイド波は減肉配管において非常に複雑な挙動を示すため、技術の確立には至っていないのが現状である。よって、ガイド波を用いたプラント内減肉配管の広域モニタリング技術の確立には、減肉配管におけるガイド波伝搬機構の解明が必要不可欠である。

2次元解析による配管減肉領域の同定問題については、その有効性が示されている[2][3]。しかし、2次元における解析では配管の肉厚方向への減肉に対する解析には対応しておらず、減肉率を考慮するためには解析を3次元に拡張する必要がある。本研究では時間領域差分法(FDTD法)を用いた3次元ガイド波検査シミュレータを構築し、減肉配管におけるガイド波伝搬機構の解明を行う。3次元での解析を行うことで、

減肉率に偏りがある場合におけるガイド波伝搬機構の解明が可能となる。シミュレーション実験では、異なる減肉形状を有する数種類の配管において出力波形を取得し、減肉形状と出力波形の感度の関係について調べる。

2. 検査モデルの構築

本研究では、解析の対象として薄い平板を用いる。これは配管の一部を切り出し、それを平板として近似したものであると考える。Fig.1 に示すような配管モデルを考え、網目部分を切り出し Fig.2 に示すような平板として近似する。また、平板の一部を切り抜き、それを減肉とする。ただし、今回は減肉を直方体型として近似する。平板における解析は直交座標系を用い、座標の定義として平板における x 軸方向を配管における軸方向、y 軸方向を周方向、z 軸方向を半径方向とする。

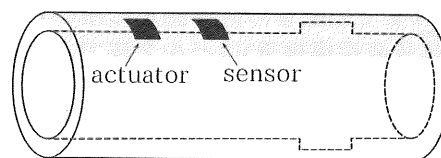


Fig.1: Model of defective pipe

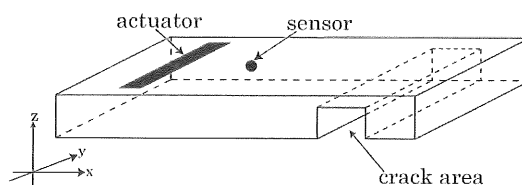


Fig.2: Model of defective plate

連絡先: 小島史男、〒657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1、神戸大学大学院システム情報学科システム科学専攻、
電話: 078-803-6493、E-mail: kojima@cs.kobe-u.ac.jp

3. 支配方程式の導出

固体中における弾性波動方程式は、フックの法則と運動方程式から表される[4]。以下に示す式(1)がフックの法則、式(2)が運動方程式である。

$$\mathbf{T} = [c] \cdot \mathbf{S} \quad (1)$$

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{T} + \mathbf{F} \quad (2)$$

ここで、 $[c][N/m^2]$ はスティフネステンソル、 $\rho[kg/m^3]$ は密度、 $F[N/m^3]$ は外力とする。また、 \mathbf{S} はひずみであり、以下の式(3)のように定義する。

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} \end{bmatrix}$$

ここで、 S_{ii} は垂直ひずみ、 S_{ij} は剪断ひずみを表す。 i, j, k は x, y, z のいずれかとする。ひずみは対角要素を中心にして対称であるので独立な6つの要素で表すことができ、以下の式(4)が成り立つ。

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ 2S_{yz} \\ 2S_{zx} \\ 2S_{xy} \end{bmatrix} \quad (4)$$

また、 \mathbf{T} は応力を表し以下の式(5)のように2階のテンソル量として表せる。応力 T_{ij} は i 軸に垂直な面に対する j 方向の面積単位あたり力とする。ここでも同様に、 i, j, k は x, y, z のいずれかとする。

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで、応力 \mathbf{T} はモーメントの釣り合いから、ひずみと同様に対角要素を中心にして対称であるので、式(6)のように表すことができる。

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{zz} \\ 2T_{yz} \\ 2T_{zx} \\ 2T_{xy} \end{bmatrix} \quad (6)$$

4. 検査の数値解析アルゴリズム

4.1 FDTD 法を用いた式の差分化

FDTD 法では変数に粒子速度 $\dot{\mathbf{u}}$ を用いることから、フックの法則及び運動方程式を粒子速度を用いて表す。まず、 \mathbf{S} については式(3)及び式(4)から以下の式(7)が成り立つ。

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (7)$$

よって、フックの法則を粒子速度を用いて表すと、以下の式(8)のように表せる。

$$[c] \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \dot{u}_z \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} [T_{xx} \ T_{yy} \ T_{zz} \ T_{yz} \ T_{zx} \ T_{xy}]^T \quad (8)$$

同様に、運動方程式を粒子速度を用いて表すと、式(2)及び式(6)から以下の式(9)のように表せる。

$$\rho \cdot \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \dot{u}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \cdot [T_{xx} \ T_{yy} \ T_{zz} \ T_{yz} \ T_{zx} \ T_{xy}]^T + \mathbf{F} \quad (9)$$

ここで、粒子速度は変位の時間微分として、式(10)のように定義する。

$$\dot{\mathbf{u}} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \quad (10)$$

次に、これまでに示したフックの法則及び運動方程式をFDTD法を用いて離散化する。ここでは、例として主応力 T_{xx} 及び粒子速度 \dot{u}_x を用いて式を導出する。まず、 T_{xx} 及び \dot{u}_x は式(8)及び式(9)から以下の式(11)、式(12)で表せる。

$$\frac{\partial T_{xx}}{\partial t} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu) \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial y} + \nu \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} \right\} \quad (11)$$

$$\rho \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \quad (12)$$

ここで、式(11)の左辺は以下の式(13)のように差分化できる。

$$\frac{\partial T_{xx}}{\partial t} = \frac{T_{xx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - T_{xx}^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta t} \quad (13)$$

また、右辺は以下の式(14)のように変形できる。

$$\begin{aligned} & \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu) \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial y} + \nu \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} \right\} = \\ & \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu) \frac{\dot{u}_x^n\left(i+1, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - \dot{u}_x^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta x} \right. \\ & + \nu \frac{\dot{u}_y^n\left(i+\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}\right) - \dot{u}_y^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta y} \\ & \left. + \nu \frac{\dot{u}_z^n\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1\right) - \dot{u}_z^n\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta z} \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

よって、式(13)および式(14)より、以下の式(15)が導かれる。

$$\begin{aligned} T_{xx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) &= T_{xx}^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) \\ &+ \Delta t \cdot \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu) \frac{\dot{u}_x^n\left(i+1, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - \dot{u}_x^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta x} \right. \\ &+ \nu \frac{\dot{u}_y^n\left(i+\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}\right) - \dot{u}_y^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta y} \\ & \left. + \nu \frac{\dot{u}_z^n\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1\right) - \dot{u}_z^n\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta z} \right\} \quad (15) \end{aligned}$$

同様に、式(12)に関して、その左辺は以下の式(16)のように書き換えることができる。

$$\rho \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} = \rho \frac{\dot{u}_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - \dot{u}_x^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta t} \quad (16)$$

また、右辺に関しては以下の式(17)のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} = \\ & \frac{T_{xx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - T_{xx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta x} \\ & + \frac{T_{zx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+1\right) - T_{zx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta z} \\ & + \frac{T_{xy}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+1\right) - T_{xy}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta y} \quad (17) \end{aligned}$$

よって、式(16)及び式(17)から、以下の式(18)が導かれる。

$$\begin{aligned} \dot{u}_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) &= \dot{u}_x^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) \\ &+ \frac{\Delta t}{\rho} \left\{ \frac{T_{xx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - T_{xx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta x} \right. \\ &+ \frac{T_{zx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+1\right) - T_{zx}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta z} \\ & \left. + \frac{T_{xy}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+1\right) - T_{xy}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta y} \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

その他の応力、粒子速度に関しても同様に求めることができる[5][6]。

4.2 入出力及び境界条件

次に、入出力に関して述べる。入力には平板表面の粒子速度 \dot{u}_y に $F(t)$ を与えるものとする。入力信号 $F(t)$ は 8 波の sin 波の前後 3 波にガウス窓をかけたものを用い、以下の式(19)で表される。また、受信部に関しては出力を $Y(\mathbf{r}_{\text{sensor}}, t)$ とし、 $\mathbf{r}_{\text{sensor}}$ はセンサの位置を表す位置ベクトルとする。本研究では、入力を粒子速度 \dot{u}_y に与えるので、 $Y(\mathbf{r}_{\text{sensor}}, t)$ は式(20)のように定義できる。

$$F(t) = \begin{cases} \exp\left\{-\left(\frac{t-60 \times 10^{-6}}{40 \times 10^{-6}}\right)^2\right\} \sin 2\pi f & (0 \leq t \leq 3T) \\ \sin 2\pi f t & (3T \leq t \leq 5T) \\ \exp\left\{-\left(\frac{t-100 \times 10^{-6}}{40 \times 10^{-6}}\right)^2\right\} \sin 2\pi f & (5T \leq t \leq 8T) \\ 0 & (8T \geq t) \end{cases} \quad (19)$$

$$Y(\mathbf{r}_{\text{sensor}}, t) = \dot{u}_y(\mathbf{r}_{\text{sensor}}, t) \quad (20)$$

境界条件に関しては、平板表面及び減肉表面をととも自由境界として設定する。自由境界は境界面上の応力接点を 0 とすることで実現できる。

5. シミュレーション実験

シミュレーション実験では、平板の減肉深さを変化させ、それに伴う検査信号の感度の変化について調べた。シミュレーション実験で用いた平板の寸法を Fig.4 に示す。また、物理定数を Table.1 に、各パラメータの設定を Table.2 に示す。ここで、 n_x 、 n_y 、 n_z はそれぞれ x 方向の分割数、 y 方向の分割数、 z 方向の分割数であり、 x_{len} 、 y_{len} 、 z_{len} はそれぞれ x 方向の長さ、 y 方向の長さ、 z 方向の長さである。また、 $ntdiv$ は周期の時間分割数、 f_q は加振周波数、 $power$ を加振強度をする。また、Table.3 に信号の入力範囲、Table.4 に信号の観測点を示す。ここで、Table.3 及び Table.4 の値は原点から距離であり、Fig.4 における A 点を原点と定義する。

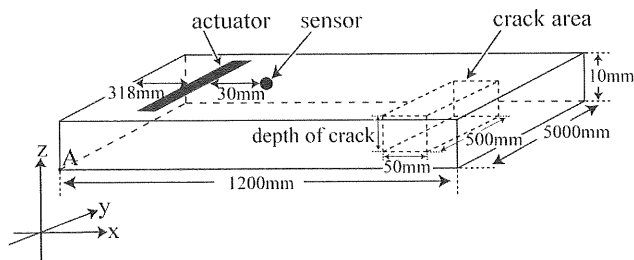


Fig.4: Model of defective plate for simulation

Table.1: Material parameter values of SUS304

密度 [kg/m^3]	ヤング率 [GPa]	ポアソン比
7.90E+3	2.10E+2	0.3

Table.2: Parameter setting for simulator experimentation

n_x	n_y	n_z
1200	5000	10
$x_{len}[m]$	$y_{len}[m]$	$z_{len}[m]$
1.2	5.0	0.01
$ntdiv$	$f_q[Hz]$	$power[kg \cdot m/s^2]$
256	5.0E+4	1.0E+2

Table.3: Input range of signal

x 方向 [mm]	y 方向 [mm]	z 方向 [mm]
318-319	2250-2750	10

Table.4: observation point

x 方向 [mm]	y 方向 [mm]	z 方向 [mm]
348	2500	10

結果を Fig3 に示す。Fig3 は減肉深さを 1[mm] から 5[mm] まで変化させていったときの出力波形と減肉のない平板から得られた出力波形との差分をとった結果である。出力の差分をとったのは、減肉を発生源とする反射波のみを取得するためである。上の波形か

ら順に、減肉深さが 5[mm]、4[mm]、3[mm]、2[mm]、1[mm] のときの検出波形である。また、A は最初の反射波が到達した時刻を表す。

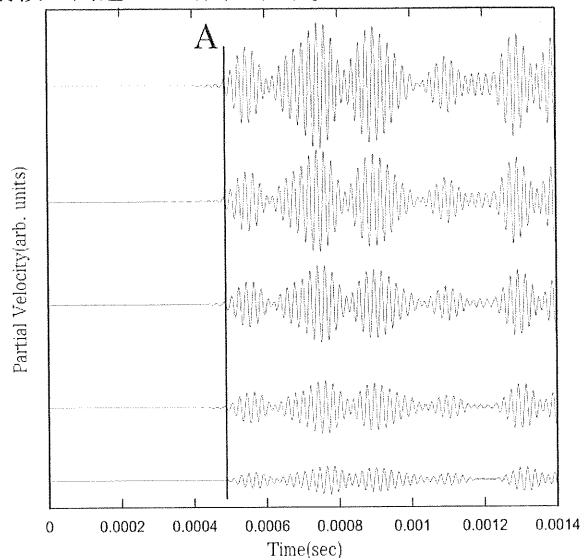


Fig.3: Output waveform of a Guided wave

6. 結言

平板における 3次元ガイド波検査シミュレータを構築し、減肉形状と出力波形の感度の関係について調べた。これにより、減肉率の増加に伴い出力信号の強度が上がることを確認できた。今後はシミュレータを円柱座標系に拡張し、より実際の配管に近い条件の下でのガイド波伝搬機構を解明することを課題とする。

謝辞

本研究は経済産業省原子力安全・保安院の「平成 21 年度高経年化対策強化基盤整備事業」において実施した研究であることを記し、関係各位に深甚の謝意を表す。

参考文献

- [1] 加藤泰久, 吉田憲一, 西野秀郎, “パイプを伝搬するガイド波の反射体を利用した有効励起・検出に関する検討”, 日本機械学会講演論文集, No.45, pp.111-112, 2007
- [2] 小島史男, 樋口真之, “ガイド波を用いた配管減肉寸法推定とその状態監視技術への応用”, 第 52 回自動制御連合講演会, 2009
- [3] Fumio Kojima, Jun-ichi Tsubota, “Development of Guided Wave Simulator and Application to Sizing Methodologies of Pipe Wall Thinning”, ICROS-SICE International Joint Conference, pp.2327-2332, 2009
- [4] 阿部博之, 関根英樹, “弾性学”, コロナ社, 1983
- [5] 橋本修, “実践 FDTD 時間領域差分法”, 森北出版, 2006
- [6] 佐藤雅弘, “FDTD 法による弾性振動・波動の解析入門”, 森北出版, 2003