



磁気センサの分解能を考慮した逆解析に基づく欠陥形状の評価

Evaluation of Defect Shape Based on Inverse Analysis Considering the Resolution of Magnetic Sensor

産業技術総合研究所 中住 昭吾 Shogo NAKASUMI Member
産業技術総合研究所 鈴木 隆之 Takayuki SUZUKI Member

In this paper, an improvement technique for non-destructive evaluation using magnetic flux leakage is presented. It is indicated that the magnetic flux density varies steeply around defects. The response function which associates magnetic dipole and magnetic flux density in terms of geometrical coordinate is improved in order to catch the average value of magnetic flux along sensor length instead of locally-restricted value. The effect of that improvement is verified in the scheme of numerical simulation. Inverse analysis of semielliptical surface defect is conducted. Tikhonov regularization technique is used to obtain well-suited magnetic configuration image. The restored defect shape becomes more proper by improved response function. Especially in low liftoff case, remarkable improvement is indicated.

Keywords: magnetic flux leakage, flux gate sensor, inverse analysis, non-destructive evaluation, magnetic dipole, Tikhonov regularization.

1. 緒言

構造物の安全性・信頼性評価を正しく行うためには構造物内部に存在するき裂・空孔等の損傷箇所を同定する非破壊検査が重要である。

構造物の材料は磁性体であることが多く、電磁気による非破壊検査が有効である。漏洩磁束探傷法はき裂面に生じた漏洩磁束密度を計測することで欠陥の検出を行う検査方法である。しかしながら漏洩磁束密度を計測するだけでは、欠陥寸法・形状等の定量的な評価を行うことはできない。これら欠陥の定量的評価を行うためには、測定した漏洩磁束密度分布と欠陥上に存在する磁荷との幾何学的対応関係を示す応答関数を定式化し、その逆解析を行うことで磁荷の分布を復元させる必要がある^{[1][2][3][4]}。

ところでフラックスゲートセンサ（以降 FG センサと表記）は 10^{-7} T 程度の高感度磁気センサ^[5]であり、また測定範囲も $\pm 5 \times 10^{-4}$ と広く、1mm 程度の低リフトオフ（試料一観測面距離）領域から 10mm 程度の高リフトオフ領域まで広範囲に使用できるため近年注目されている^{[6][7]}。

この FG センサを用いた計測においては、低リフトオフ領域で高い精度を期待できる。しかし一般に低リフトオフ領域では磁束密度の空間的変化率が非常に大きく、これを長さ 3mm 程度の FG センサで

計測しようとするときこのような局所的变化を正確に捉えることができず、その結果 FG センサの持つ高感度が欠陥形状の高精度評価に結びついていない可能性がある。しかしセンサ長の影響を考慮して逆解析を行った研究報告は著者の知る限り見当たらない。一方高リフトオフ領域では磁束密度の減衰が著しくなり計測に伴う誤差が逆解析に大きく影響する。

そこで本研究では、漏洩磁束密度の計測にこの FG センサを用いることを想定し、センサ長の影響を考慮した応答関数への改善を行う。そして順解析による磁束密度分布、及び逆解析により復元される欠陥形状を検証した結果について述べる。

2. センサ長を考慮した応答関数の導出

2.1 磁荷-磁束密度関係の定式化

強磁性体の試験片表面にスリット状のき裂が存在する様子を Fig.1 に示す。構造物表面の法線方向を z 軸、き裂面に垂直な方向を y 軸にとる。相対するき裂面上に存在する正負の磁荷を磁気双極子と見なすと、磁気双極子は y 軸の向きのみ非ゼロ成分 m_y を持つ。またこのとき磁束密度は主に y 軸方向及び z 軸方向に非ゼロの成分 B_y と B_z を持つが、本研究では前者を用いることとし、以降文章中の磁束密度とは B_y を指すものとする。磁気双極子の座標を $\mathbf{x}' = (x', y', z')^T$ と表記すると、点 $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$ で観測される磁束密度 $B_y(\mathbf{x})$ は(1)式で与えられる。ただし Ω は磁気双極子の分布する全領域である。

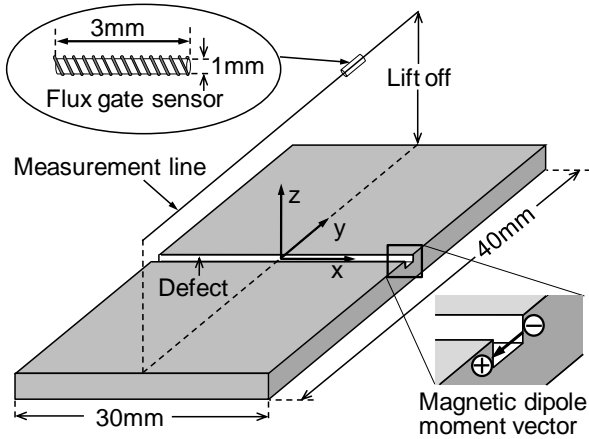


Fig.1 Measurement of magnetic flux leakage

$$B_y(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} F_y(\mathbf{x}-\mathbf{x}') m_y d\mathbf{x}' \quad (1)$$

(1)式の関数 $F_y(\mathbf{x})$ は、磁荷に対する観測点の相対座標値を入力変数とする関数であり、(2)式で具体的に書き表される。ただし μ_0 は真空透磁率である。

$$F_y(x, y, z) = \frac{\mu_0(x^2 - 2y^2 + z^2)}{4\pi(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} \quad (2)$$

(2)式は磁気双極子が原点に存在する場合の表現になっていることに注意されたい。(1)式の積分計算を、離散点とした磁気双極子の和で置換する。

$$B_y(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N F_y(\mathbf{x}-\mathbf{x}^j) m_y^j \quad (3)$$

ここで \mathbf{x}^j と m_y^j の右肩添え字 j は磁気双極子の番号を表し、また N は磁気双極子の総数である。

ある一定のリフトオフを保持する平面上にて観測点を動かすと離散化された観測点ごとに(3)式が成立し、整理すると(4)式の連立方程式を得る。

$$\begin{Bmatrix} B_y^1 \\ B_y^2 \\ \vdots \\ M \\ \vdots \\ B_y^M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_y^{11} & F_y^{12} & \dots & F_y^{1N} \\ F_y^{21} & \text{O} & & \\ \vdots & & \text{O} & \\ F_y^{M1} & & & F_y^{MN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} m_y^1 \\ m_y^2 \\ \vdots \\ M \\ \vdots \\ m_y^N \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ここで B_y^i の右肩添え字 i は観測点の番号、 M はその総数である。また F_y^{ij} は観測点 i と磁気双極子 j を関係付ける(2)式の応答関数である。(4)式を(5)式で書き表す。(5)式の行列 \mathbf{F} を以降応答関数行列と呼ぶ。

$$\mathbf{B} = \mathbf{Fm} \quad (5)$$

2.2 リフトオフが磁束密度分布に及ぼす影響

(4)式は配置された磁気双極子から任意点で観測される磁束密度を与える式であり、これを順解析と位置付ける。以下では順解析で求まる磁束密度分布

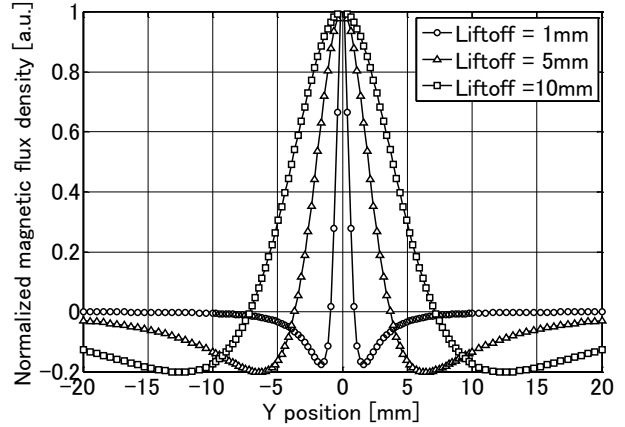


Fig.2 Distribution of normalized magnetic flux ($x=0$ measurement line)

にリフトオフがどのように影響するかを検証する。

Fig.1の試験片に対して、リフトオフを1mm, 5mm, 及び10mmとした場合に、 $x=0$ の線上で求まる磁束密度の y 軸方向分布を Fig.2 に示す。ただし、各リフトオフに対応するグラフは、それぞれの最大値で除すことにより最大値が全て1になるよう正規化している。実際には磁束密度は z 軸方向には z の-3乗程度に比例して減少することに注意されたい。

リフトオフが1mmの場合を例に、基本的な分布傾向を確認する。無限遠方で磁束密度はゼロであるが、き裂に接近すると減少して負値になる。しかし $|y| = \pm 2\text{mm}$ 付近で極小値となった後急激に増大し、き裂上 ($y=0\text{mm}$) にて最大値をとる峰状分布となる。

本研究で想定する FG センサは長さ3mm、直径1mm程度の円筒形状をしている (Fig.1 参照)。計測されるのはこのセンサ内部全体を貫通する磁束であるが、センサ長とほぼ同程度である $|y| < 2\text{mm}$ の区間内でこのような急激な増大・減少を示す磁束密度を正確に計測できない可能性がある。

一方、リフトオフが10mmの場合は、リフトオフ1mmの場合と比較すると変化は非常に緩慢であり、センサ長の影響が小さくなると考えられる。

2.3 応答関数の修正方法

上述したように、リフトオフが1mm程度の低リフトオフ領域では FG センサがき裂近傍の急激な変化を正確に捉えていない可能性がある。本節ではそのことを考慮し(5)式の応答関数行列を修正する。

センサ内部の磁束密度分布は、センサ中央付近に重みを持つことが現実的と考えられるが、本研究では簡単のため観測される磁束密度の修正に単純平均を用いる。点 $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ でセンサにより観測される磁束密度 $B_y^{measure}(\mathbf{x}_0)$ は次式で与えられる。

$$B_y^{measure}(\mathbf{x}_0) = \frac{1}{2L} \int_{y_0-L}^{y_0+L} B_y(x_0, t, z_0) dt \quad (6)$$

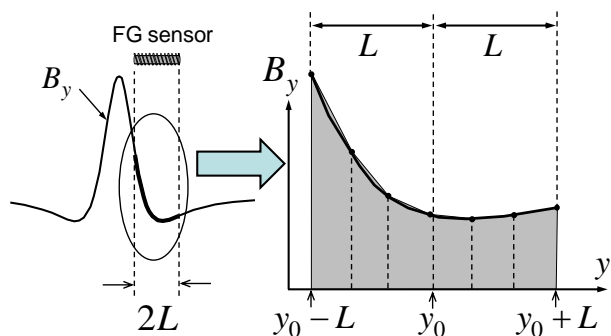


Fig.3 Concept image of trapezoidal integration in FG sensor length interval

ここで、 $2L$ =センサ長である。(1)式~(3)式と同様な手続きにより、(6)式は(7)式、(8)式のように表記でき、平均化処理が応答関数に作用する。

$$B_y^{measure}(\mathbf{x}_0) = \sum_{j=1}^N F_y'(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}'^j) m_y^j \quad (7)$$

$$F_y' = \frac{1}{2L} \int_{y_0-L}^{y_0+L} F_y(x_0, t, z_0) dt \quad (8)$$

(8)式右辺の F_y は(2)式で与えられる。この F_y を実数の範囲で解析的に積分することは困難であるため、(8)式の積分計算を複合同形則に基づく数値積分に置き換えると(9)式が得られる。

$$F_y' \approx \frac{1}{2L} \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \cdot \frac{2L}{m} \{F_y(x_0, y_i, z_0) + F_y(x_0, y_{i+1}, z_0)\} \quad (9)$$

ここで m は台形の個数(分割数)であり、また y_i ($i=1, 2, \dots, m+1$) は y 方向区間 $y_0 - L < y < y_0 + L$ を m 分割する区分点の y 座標である。(9)式の F_y' を用い、修正応答関数行列 \mathbf{F}' が(10)式で求まる。

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} F_y'^{11} & F_y'^{12} & \dots & F_y'^{1N} \\ F_y'^{21} & 0 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ F_y'^{M1} & & & F_y'^{MN} \end{bmatrix} \quad (10)$$

2.4 修正応答関数による磁束密度分布

応答関数行列を修正した効果を本節で検証する。以下では、(10)式の \mathbf{F}' により順解析で求まる磁束密度を \mathbf{B}' と表記する。すなわち(11)式が成り立つ。

$$\mathbf{B}' = \mathbf{F}' \mathbf{m} \quad (11)$$

Fig.1 に示した諸寸法及び磁気双極子配置に対して、リフトオフが 1mm 及び 10mm の場合に順解析で求まる磁束密度分布を Fig.4 に示す。 \mathbf{B} 及び \mathbf{B}' はそれぞれ(5)式及び(11)式に示す順解析により求まる磁束密度である。また \mathbf{B}' の m は分割した台形の個数である。

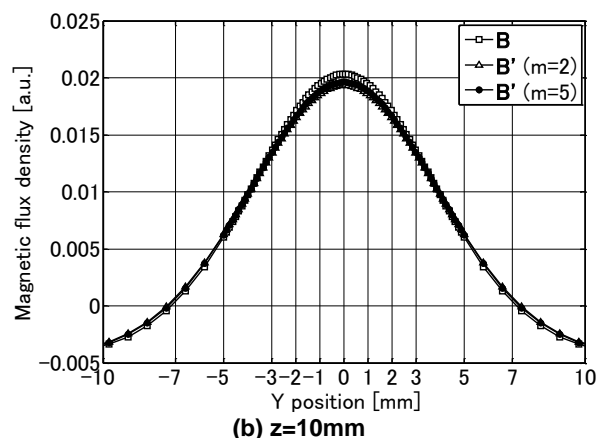
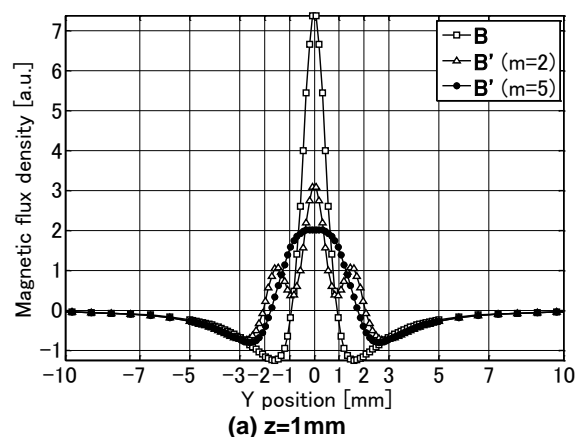


Fig.4 Effect of revision of response function for magnetic flux density distribution

Fig.4 (a)において、 \mathbf{B}' は \mathbf{B} が持つ急峻さを失い、 $y=0$ で丸くなる分布になった。また符号の反転する位置が 1mm 程度外側、すなわち $|y|$ が大きくなる方向に移動している。著者らの試行の結果、分割数 m を増加させると $m=5$ 程度で \mathbf{B}' の分布形状はほぼ収束した。一方、Fig.4 (b)では、 \mathbf{B} と \mathbf{B}' はほぼ同等の挙動を示した。

以上より、低リフトオフ領域にて観測される磁束密度の分布が、応答関数の修正により大きく影響を受けること、また高リフトオフ領域ではその影響は小さいことがわかった。

3. 逆解析による欠陥形状の評価

3.1 数値解析モデル及び模擬磁束密度の導出

前章ではセンサ長の影を考慮した応答関数を導き順解析によりその効果を確認した。本章では実用的なモデルに対して逆解析を行いその効果を検証する。そのモデルを試験片上の半楕円型表面き裂とし、外観図を Fig.5 に示す。き裂断面の寸法は、長軸半径と短軸半径がそれぞれ 5mm と 2.5mm である。

逆解析での入力情報となる磁束密度は本来実験的に計測して得られるが、本論文ではこれを数値計

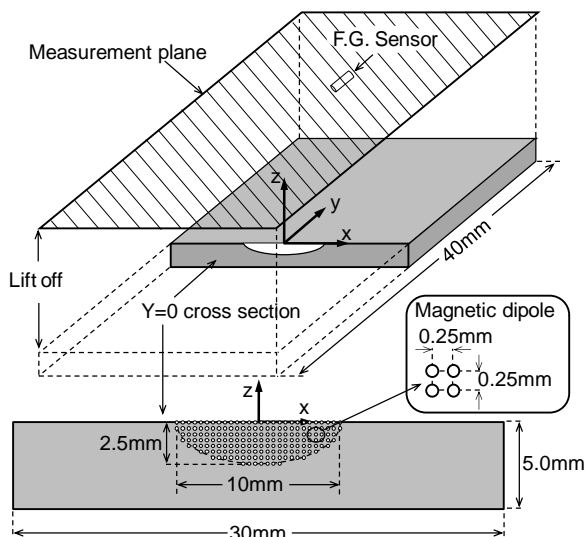


Fig.5 Magnetic dipole configuration of semielliptical surface defect

算, すなわち順解析にて代用する。またこの磁束密度を模擬磁束密度と呼ぶことにし, 以下でその導出過程を説明する。

Fig.5 の $y=0$ の断面上に磁気双極子を格子状に配置する。配置間隔は x 軸方向, z 軸方向共に 0.25mm とした。そして半楕円型領域内部に位置するものはその大きさを -1 で与えた。また磁束密度を観測する点は, 観測面 (z =リフトオフとなる xy 平面) の $-15 \leq x \leq 15[\text{mm}]$, $-20 \leq y \leq 20[\text{mm}]$ 範囲内に x 軸, y 軸方向共に 0.5mm 間隔で格子状に配置した。これより観測点数 $M=4941$, 磁気双極子点数 $N=1701$ となった。

2.2 節と 2.3 節での議論より, 逆解析に使用する磁束密度は, (5)式から求まる \mathbf{B} ではなく, (11)式から求まる \mathbf{B}' とすべきである。さらに現実に則し, ここでは観測に伴う誤差を考慮する。誤差の大きさは \mathbf{B}' の最大値の 1% に設定し, その分布は平均値ゼロの一様乱数とした。以上より模擬磁束密度は(12)式の \mathbf{B}'_e で与えられる。

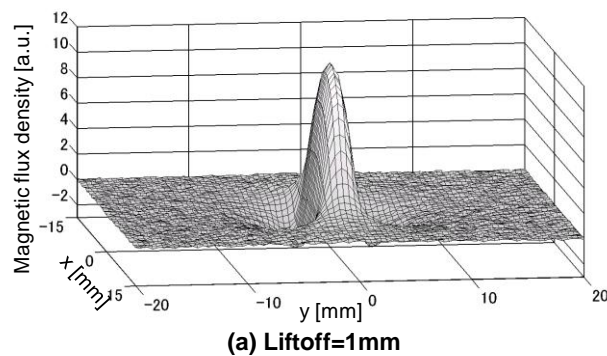
$$\begin{aligned} \mathbf{B}'_e &= \mathbf{B}' + \mathbf{R} \\ &= \mathbf{F}'\mathbf{m} + \mathbf{R} \end{aligned} \quad (12)$$

(12)式の \mathbf{R} は上述した誤差を表すベクトルである。また \mathbf{m} は Fig.5 に示す磁気双極子の分布を表すベクトルである。リフトオフが 1mm 及び 10mm の場合に(12)式にて得られる \mathbf{B}'_e の分布を Fig.6 に示す。

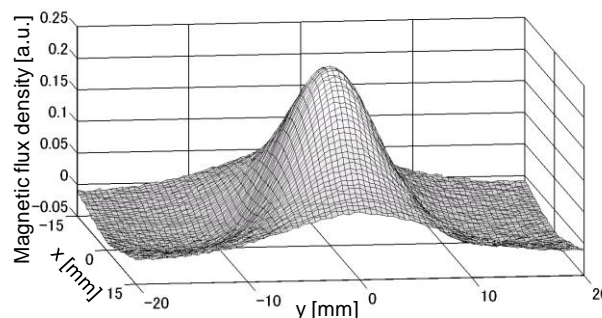
3.2 Tikhonov の正則化法の適用

逆解析にて求めようとする磁気双極子の分布は, (10)式の \mathbf{F}' と(12)式の \mathbf{B}'_e を用いると(13)式の評価関数 J_1 を最小にする $\bar{\mathbf{m}}'$ となる。

$$J_1 = \|\mathbf{F}'\bar{\mathbf{m}}' - \mathbf{B}'_e\|^2 \quad (13)$$



(a) Liftoff=1mm



(b) Liftoff=10mm

Fig.6 Magnetic flux density distribution of semielliptical surface defect by forward analysis including 1% error

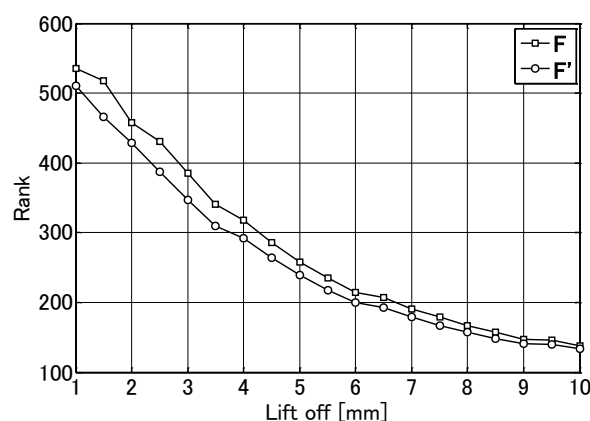


Fig.7 Rank of response function matrix

(12)式の \mathbf{m} が順解析における入力値であるのに対し, (13)式の $\bar{\mathbf{m}}'$ が逆解析における出力値となることに注意されたい。

J_1 の最小化により適切な $\bar{\mathbf{m}}'$ が得られるかどうかは行列 \mathbf{F}' の性質に支配される。そこで以下では \mathbf{F}' 及び(4)式の \mathbf{F} について, 一次独立性の観点から調べる。

リフトオフを $1\text{mm} \sim 10\text{mm}$ まで変化させたときの \mathbf{F} と \mathbf{F}' の階位 (一次独立な方程式の個数) を Fig.7 に示す。観測点数 $M=4941$ であるため見掛け上 M 個の方程式が存在するが, 実質的に一次独立なものは 600 以下であることが分かる。これは求めるべき双極子の個数 N よりも少ない。

また, リフトオフが大きくなるに従い階位は低下

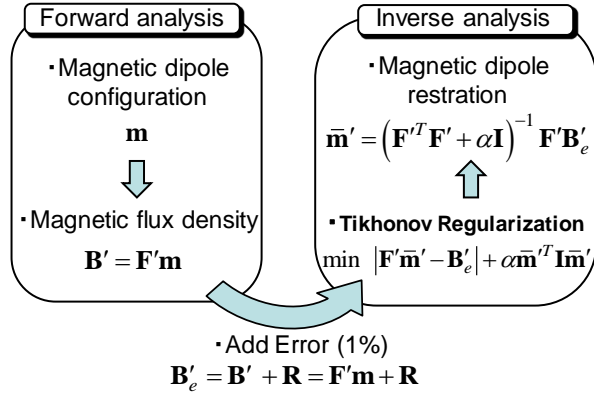


Fig.8 Procedure of inverse analysis

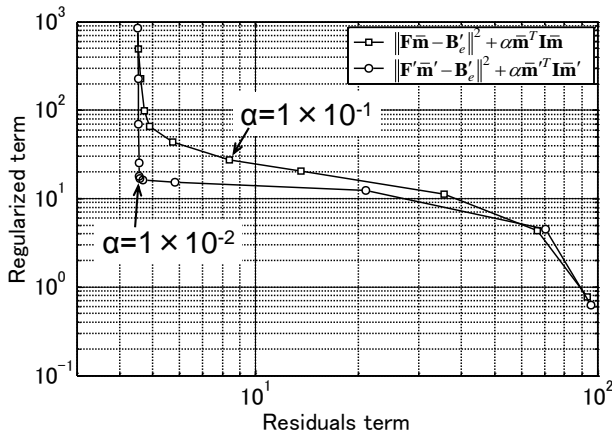


Fig.9 L-curve (Liftoff=1mm)

すること、及び全てのリフトオフを通じて \mathbf{F}' が \mathbf{F} よりも階位が低くなることを読み取れる。前者については Fig.2 に示したようにリフトオフ増大化によって磁束密度分布が緩慢になること、そして後者については磁束密度の平均化処理が、共に同じような方程式を増やす方向に寄与するためと考えられる。

このように一次独立性が低下した連立方程式から解を得ようとする、誤差が過大に評価され振動解となることが多い。そこで適切な解を得る方法として、Tikhonov の正則化法^[8]による(13)式の適切化を図る。すなわち(13)式の J_1 に代えて(14)式に示す J_2 の最小化を行う。

$$J_2 = \|\mathbf{F}'\bar{\mathbf{m}}' - \mathbf{B}'_e\|^2 + \alpha \bar{\mathbf{m}}'^T \mathbf{I} \bar{\mathbf{m}}' \quad (14)$$

ここで α は正則化パラメータ、 \mathbf{I} は単位行列である。また右辺第一項は残差ノルム項、第二項が正則化項と呼ばれる。 J_2 が最小となるとき、 $M > N$ ならば $\bar{\mathbf{m}}'$ は(15)式で得られる。

$$\bar{\mathbf{m}}' = (\mathbf{F}'^T \mathbf{F}' + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{F}'^T \mathbf{B}'_e \quad (15)$$

(15)式は修正した応答関数行列 \mathbf{F}' を逆解析に用いる場合の解である。次節で述べるように、比較対象とする従来の応答関数 \mathbf{F} を逆解析に用いる場合は、

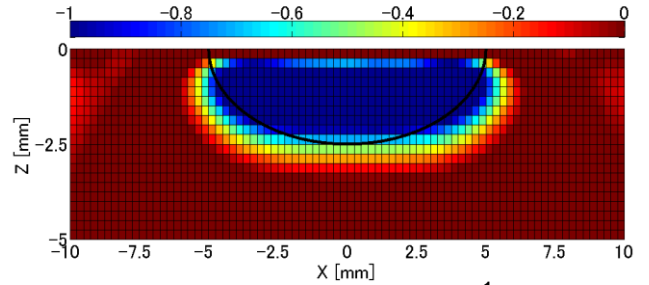
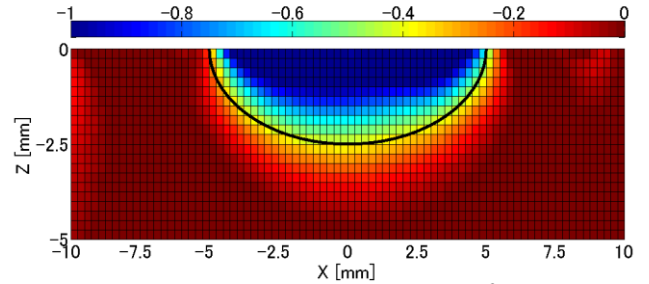

 (a) Distribution of $\bar{\mathbf{m}}$ ($\alpha = 10^{-1}$)

 (b) Distribution of $\bar{\mathbf{m}}'$ ($\alpha = 10^{-2}$)

Fig.10 Distribution of restored magnetic dipole : Liftoff=1mm

(16)式で与えられる $\bar{\mathbf{m}}$ が解となる。

$$\bar{\mathbf{m}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{B}'_e \quad (16)$$

以上で述べた順解析と逆解析の流れを Fig.8 に示す。

3.3 欠陥形状の評価例

リフトオフが 1mm の場合において、横軸・縦軸にそれぞれ残差ベクトルノルム、正則化項ノルムをとり、正則化係数 α を $10^{-7} \sim 10^3$ の範囲で変化させたときのプロット点が連なる曲線を Fig.9 に示す。これは L カーブとも呼ばれ、曲線の折れ曲がり箇所付近の α が最も適切な磁荷分布を与えることとされる^{[9][10]}。逆解析画像を元にこの付近に位置する適切な正則化パラメータを検討した結果、 $\bar{\mathbf{m}}$ では $\alpha = 10^{-1}$ 、 $\bar{\mathbf{m}}'$ では $\alpha = 10^{-2}$ を得た。 $\bar{\mathbf{m}}$ については、L カーブの折れ曲がり点よりも幾分か α が大きいところで最適な磁荷分布となる傾向を得た。

このとき逆解析で得られる磁荷分布を Fig.10 に示す。すなわち Fig.10 の(a)と(b)は(16)式の $\bar{\mathbf{m}}$ と(15)式の $\bar{\mathbf{m}}'$ の分布をそれぞれ示し、後述する Fig.12 も同様である。また図中の黒実線は実際のき裂面の境界を表している。実際に配置した磁気双極子の分布 \mathbf{m} は負値であるにも拘わらず、Fig.10(a)の $\bar{\mathbf{m}}$ は表面 ($z=0$) 付近で正値の磁荷が現れ、明らかに \mathbf{m} と異なる結果となった。 α を多少変化させてもこのような傾向が見られた。これは Fig.2 で見られたように、応答関数の違いにより、磁束密度が欠陥近傍で符号を反転する位置が違ってくることが原因と考えられる。一方 Fig.10(b)の $\bar{\mathbf{m}}'$ はそのような磁荷符号の

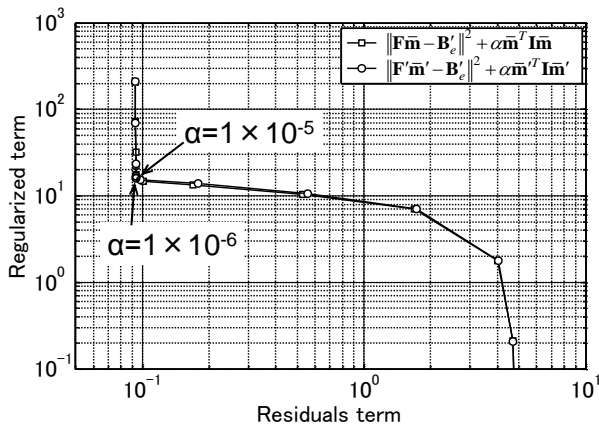


Fig.11 L-curve (Liftoff=10mm)

反転が生じず表面近傍は正確に磁荷が再現されており、実際のき裂面境界とほぼ一致するプロファイルを得ることができた。

次にリフトオフを 10mm とした場合の L カーブのグラフを Fig.11 に、磁荷分布を Fig.12 にそれぞれ示す。Fig.11 では \bar{m} と \bar{m}' がほぼ同様の挙動を示している。これは正則化の観点からは、Fig.9 と比較して Fig.11 で \bar{m} と \bar{m}' の差が縮小したことを意味する。また同じく Fig.10 の場合と比較して Fig.12 の(a) \bar{m} と (b) \bar{m}' 間の相違も縮小したと言える。しかし詳細に両者を比較すれば、この場合においても Fig.12(b) の方が Fig.12(a) よりも正確な欠陥形状を示しており、応答関数を修正した効果が現れたと考えられる。

以上、逆解析に用いる応答関数行列を修正したことにより、低リフトオフ領域から高リフトオフ領域まで欠陥形状を正確に再現する効果が確認されたこと、特に低リフトオフ領域ではその効果が顕著に現れていることが分かった。

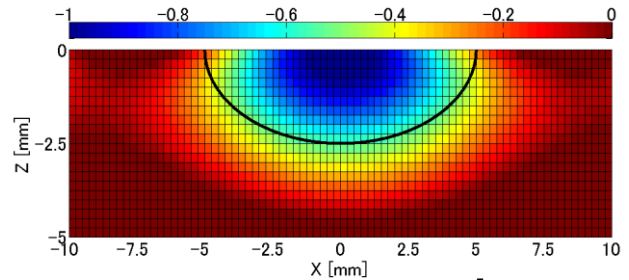
4. 結言

漏洩磁束密度法と逆解析による欠陥形状の評価方法において以下の結論を得た。

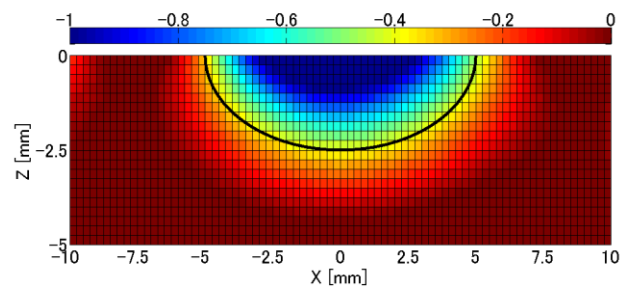
- (1) フラックスゲートセンサの有限長の影響を考慮し、センサ内部を貫通する磁束密度の平均を出力とする新たな応答関数を提案した。
- (2) 提案した応答関数を用いて Tikhonov の正則化法による半楕円型表面き裂の逆解析を行った。その結果、低リフトオフ領域では欠陥形状の表面近傍個所において著しい改善効果が得られた。また高リフトオフ領域でも、低リフトオフ領域ほど顕著ではないものの改善効果が認められた。

参考文献

[1] D. Minkov and T. Shoji, Method for sizing of 3-D surface breaking flaws by leakage flux, NDT&E international, Vol.31-5, 1998, pp317-324



(a) Distribution of \bar{m} ($\alpha=10^{-5}$)



(b) Distribution of \bar{m}' ($\alpha=10^{-6}$)

Fig.12 Distribution of restored magnetic dipole : Liftoff=10mm

[2] D. Minkov, J. Lee and T. Shoji, Study of crack inversions utilizing dipole model of a crack and hall element measurements, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol.217, 2000, pp207-215

[3] R. Baskaran and M. P. Janawadkar, Imaging defects with reduced space inversion of magnetic flux leakage fields, NDT&E international, Vol.40, 2007, pp451-454

[4] S. Takaya, G. Preda, K. Demachi, T. Uchimoto and K. Miya, Reconstruction of magnetization from magnetic flux leakage for evaluation of material degradation, Electromagnetic nondestructive evaluation (V), IOS Press, 2001, pp291-298

[5] 電気学会マグネティックス技術委員会, 磁気工学の基礎と応用, p.171, コロナ社, 1999

[6] T. Suzuki, A. Terasaki, A. Sasamoto, Y. Nishimura and T. Teramoto, Nondestructive evaluation of ferromagnetic structural materials using FG sensor, Electromagnetic Nondestructive Evaluation (XII), IOS Press, 2009, pp271-278

[7] S. Takaya, T. Suzuki, Y. Matsumoto, K. Demachi and M. Uesaka, Magnetic microstructure of the sensitized SUS304 stainless steel, Electromagnetic Nondestructive Evaluation (VII), IOS Press, 2006, pp313-320

[8] A. N. Tikhonov and V. Y. Arseine, Solutions of ill-posed problems, Halsted Press, 1977

[9] C. Hansen, Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-Curve, Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol.34, No.4, 1992, pp561-580

[10] 小島史男, 葛西直子, 長島由昇, 正則化逆解析法による高温超電導量子干渉素子を用いた導体欠陥の位置・形状同定, 日本 AEM 学会誌, Vol.8, No.1, 2000, pp9-15